



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název školy	Gymnázium Josefa Ressela, Chrudim, Olbrachtova 291
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5, Název projektu: Inovace ve vzdělávání na Gymnáziu Chrudim, reg.č.:CZ.1.07/1.5.00/34.0249
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	MATEMATIKA
Název sady vzdělávacích materiálů	ROVNICE A NEROVNICE
Jméno tvůrce vzdělávací sady	RNDr. Vlasta Chytrá
Číslo sady	III/2- 8-1-10
Anotace	Logaritmické rovnice - shrnutí učiva a samostatné procvičování.
Ověřeno ve výuce: ročník, třída, dne, předmět	2. ročník vyššího gymnázia, 6.F, 11.12.2012, Matematika

Logaritmické rovnice - shrnutí

- neznámá je v argumentu logaritmu
- budeme řešit vždy v $\mathbb{R}$
- pozor na definiční obor proměnné
- logaritmická funkce je prostá, proto platí

$$\forall p, r \in \mathbb{R}^+, a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\} \quad \log_a p = \log_a r \Leftrightarrow p = r$$

- **PAMATUJ :**

$$\log_a a = 1$$

definice logaritmu

$$\forall r \in \mathbb{R}^+, a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\} \quad \log_a r = s \Leftrightarrow a^s = r$$

pravidla pro počítání s logaritmy

$$\forall p, r \in \mathbb{R}^+, \forall n \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\} \quad 1) \log_a p \cdot r = \log_a p + \log_a r$$

$$2) \log_a \frac{p}{r} = \log_a p - \log_a r$$

$$3) \log_a r^n = n \cdot \log_a r$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

I. Log. rovnice (def., pravidla)

1) V R: $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) = \log_2(x+1)$ podmínka: $x > 3$

$$\log_2(x-3)(x-2) = \log_2(x+1)$$

$$x^2 - 5x + 6 = x + 1$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x-5)(x-1) = 0$$

$$x = 5 \vee x = 1$$

vzhledem k def. oboru $K = \underline{5}$

2) V R: $\log_3 2 + 5\log_2(x+2) = 3$

$$2 + 5\log_2(x+2) = 3^3$$

$$\log_2(x+2) = \frac{27-2}{5}$$

$$x+2 = 2^5$$

$$x = 30$$

Provedeme zkoušku: $L = \log_3 2 + 5\log_2 32 = \log_3 27 = 3$

$$P = 3$$

$$K = \underline{30}$$

Podobně vyřeš:

3) V R: $\log_2 x + \log_2(x+6) = 4$

4) V R: $\log_3(x+5) - \log_3(x-1) = 2$

5) V R: $\log_5 2 + 6\log_3(x-4) = 2$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

II. Log. rovnice (substituce, kvadratická)

6) V R: $\log_5 x + \frac{2}{\log_5 x} = 3$ podmínky: $x > 0 \wedge x \neq 1$

využít substituci $y = \log_5 x$

Pak má rovnice tvar $y + \frac{2}{y} = 3$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$(y - 2)(y - 1) = 0$$

$$y_1 = 2 \vee y_2 = 1$$

zpět k substituci $\log_5 x = 2 \vee \log_5 x = 1$

$$x_1 = 5^2 \vee x_2 = 5$$

$$K = \{25\}$$

Podobně vyřeš:

7) V R: $2\log_3 x + 5 = \frac{3}{\log_3 x}$ podmínky: $x > 0 \wedge x \neq 1$

8) V R: $\log x^3 + 2 = \frac{5}{\log x}$ podmínky: $x > 0 \wedge x \neq 1$

9) V R: $\log^2 x - 3\log x^2 + \log 10^8 = 0$ podmínka: $x > 0$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

III. Log. rovnice (kombinace s exp.)

10) V R: $x^{\log x} = 100x$ **zlogaritmuje** podmínka: $x > 0$

$$\log x^{\log x} = \log 100x$$

$$\log x \cdot \log x = \log 100 + \log x$$

využít substituci $y = \log x$

Pak má rovnice tvar $y^2 - y - 2 = 0$

$$(y-2)(y+1) = 0$$

$$y_1 = 2 \quad \vee \quad y_2 = -1$$

zpět k substituci $\log x = 2 \quad \vee \quad \log x = -1$

$$x_1 = 10^2 \quad \vee \quad x_2 = 10^{-1}$$

$$K = \left\{ \frac{1}{10}; 100 \right\}$$

11) V R: $x^{\log_2 x} = 16$ **zlogaritmuje** podmínka: $x > 0$

$$\log_2 x^{\log_2 x} = \log_2 16$$

$$\log_2 x \cdot \log_2 x = 4$$

$$\log_2 x = -2 \quad \vee \quad \log_2 x = 2$$

$$K = \left\{ \frac{1}{4}; 4 \right\}$$

POZOR na zápisy:

$$(\log x)^2 = \log^2 x = \log x \cdot \log x$$

$$\log x^2 = 2 \cdot \log x = \log x + \log x$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

IV. Log. rovnice různé

Zkontroluj si výsledky:

3) $x^2 + 6x = 2^4$ podmínka: $x > 0$
 $x^2 + 6x - 16 = 0$
 $x + 8 \quad x - 2 = 0$
 $x = -8 \quad \vee \quad x = 2$
 vzhledem k def. oboru $K = \underline{2}$

4) $\frac{2x-5}{x-1} = 3^2$ podmínka: $x > 1$
 $x = 2$ $K = \underline{2}$

5) $x - 4 = 3^4$
 $x = 85$ zk.
 $K = \underline{85}$

7) využít substituci $y = \log_3 x$
 Pak má rovnice tvar $2y^2 + 5y - 3 = 0$
 $\log_3 x = \frac{1}{2} \quad \vee \quad \log_3 x = -3$
 $K = \left\{ \frac{1}{27}; \sqrt{3} \right\}$

8) využít substituci $y = \log x$
 Pak má rovnice tvar $3y^2 + 2y - 5 = 0$
 $\log x = 1 \quad \vee \quad \log x = -\frac{5}{3}$
 $K = \left\{ 10; 10^{-\frac{5}{3}} \right\}$

9) využít substituci $y = \log x$
 Pak má rovnice tvar $y^2 - 6y + 8 = 0$
 $\log x = 2 \quad \vee \quad \log x = 4$
 $K = \{ 10; 10000 \}$

- Všechny použité tabulky a schémata jsou vlastní.
- ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia: Funkce. 3.*, upravené vyd. Praha: Prometheus, 2003. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-1654-7.
- JANEČEK, František. *Výrazy, rovnice, nerovnice a jejich soustavy. 3. vyd.* Praha: Prometheus, 1995. ISBN 80-7196-096-9.
- KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum. 1. vyd.* Praha: Prometheus, 2003. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-030-6.
- PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy. 1. vyd.* Praha: Prometheus, 2000. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-099-3.