



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název školy	Gymnázium Josefa Ressela, Chrudim, Olbrachtova 291
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5, Název projektu: Inovace ve vzdělávání na Gymnáziu Chrudim, reg.č.:CZ.1.07/1.5.00/34.0249
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	MATEMATIKA
Název sady vzdělávacích materiálů	ROVNICE A NEROVNICE
Jméno tvůrce vzdělávací sady	RNDr. Vlasta Chytrá
Číslo sady	III/2- 8-1-14
Anotace	Rovnice a nerovnice s parametrem - shrnutí učiva a samostatná práce v semináři ve dvojicích.
Ověřeno ve výuce: ročník, třída, dne, předmět	3. ročník vyššího gymnázia, 3.A,B, 21.11.2012, Matematický seminář

Rovnice a nerovnice s parametrem- shrnutí

- budeme řešit vždy v $\mathbb{R}$
- vedle neznámé se vyskytují další proměnné (1 i více) = **parametr**
- parametr zastupuje čísla (tedy řešíme několik rovnic najednou)
- cíl-provést úplnou diskuzi vzhledem k parametru (pokud není jiné speciální zadání)
- závěr.....přehledně v tabulce

parametr	množina řešení $K=$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

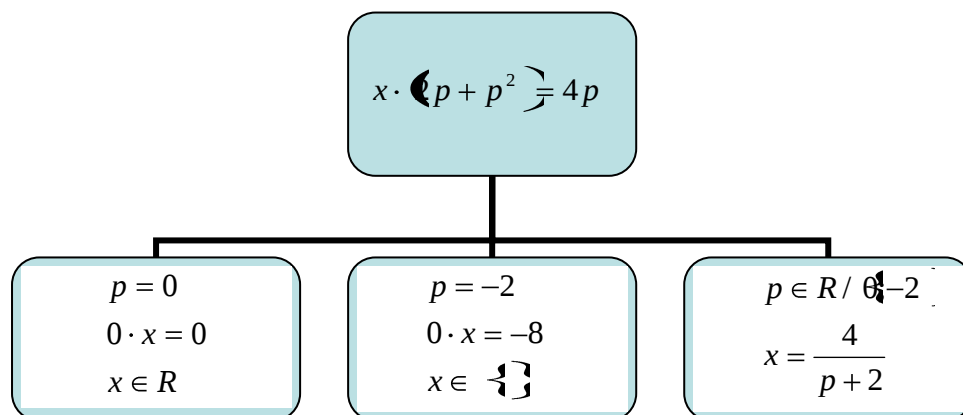
A. Lineární rovnice

1) par. $p \in \mathbb{R}$: $2px = p(4 - xp)$
 $2px = 4p - xp^2$
 $x \cdot (p + p^2) = 4p$

roznásobit závorku

členy s neznámou na 1 stranu

chceme dělit $\Rightarrow$ **diskuze nutná**



parametr $p \in \mathbb{R}$	množina řešení $K =$
$p = 0$	$\mathbb{R}$
$p = -2$	$\emptyset$
$p \in \mathbb{R} / \{-2\}$	$\left\{ \frac{4}{p+2} \right\}$

Podobně vyřeš:

2) par. $a \in \mathbb{R}$: $x + 2a = a(x + 1)$

3) par. $a \in \mathbb{R}$: $a^2(x - 1) = 2(x - 2)$

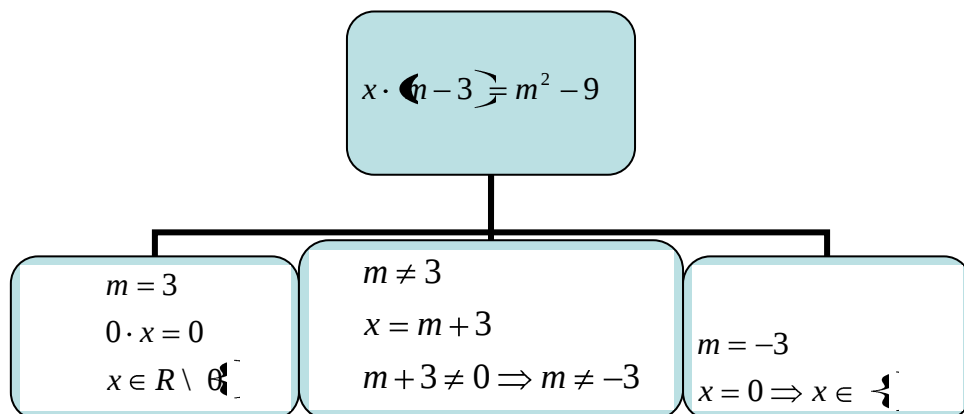
V dalších příkladech pozor na podmínky pro parametr a kořeny.

4) par. $m \in R$: $\frac{m}{x} - \frac{9}{mx} = 1 - \frac{3}{m}$ [podm. $x \neq 0, m \neq 0$] odstranit zlomky

$$m^2 - 9 = mx - 3x$$

$$x \cdot (m-3) = (m-3) \cdot (m+3)$$

chceme dělit, **diskuze**



Závěr:

parametr $m \in R$	množina řešení $K=$
$m = 0$	rovnice nemá smysl
$m = 3$	$R \setminus \{0\}$
$m = -3$	$\{0\}$
$m \in R \setminus \{-3; 0; 3\}$	$\{m+3\}$

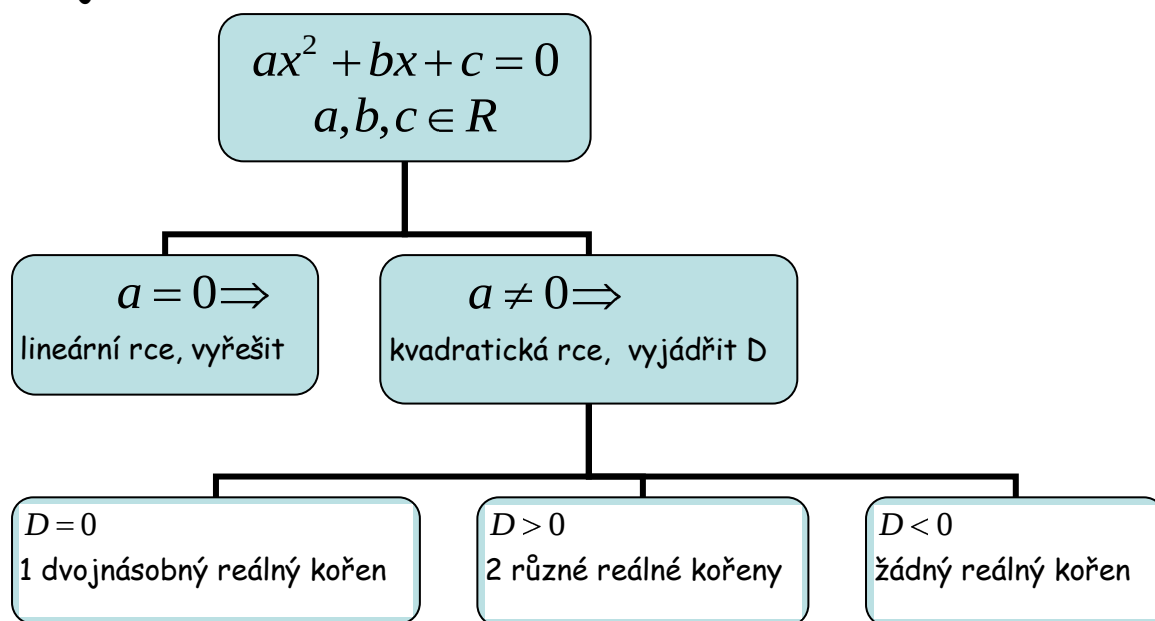
Vyřeš samostatně:

5) par. $m \in R$: $\frac{mx+1}{x-2} = \frac{mx-1}{x+2}$

B. Kvadratické rovnice

Řešení v $\mathbb{R}$:

- počet kořenů v závislosti na parametru
- úplná diskuze vzhledem k parametru
- jiná konkrétní úloha



6) par. $t \in \mathbb{R}$: $tx^2 + 6x - 3 = 0$

Proveď úplnou diskuzi řešení vzhledem k parametru $t \in \mathbb{R}$.

a) $t = 0 \Rightarrow$ lin. rce - vyřešit $6x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

b) $t \neq 0 \Rightarrow$ kvadr. rce, vyjádřit diskriminant $D = 36 - 4 \cdot t \cdot (-3) = 36 + 12t$

$D=0$... pro $t = -3 \Rightarrow x = \frac{-6}{2 \cdot (-3)} = 1$

$D>0$... pro $t > -3 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm 2\sqrt{9+3t}}{2 \cdot t} \Rightarrow x_1 = \frac{-3 + \sqrt{9+3t}}{t}, x_2 = \frac{-3 - \sqrt{9+3t}}{t}$

$D<0$... pro $t < -3 \Rightarrow x \in \emptyset$

Závěr:

parametr	množina řešení $K=$
$t \in R$	
$t = 0$	$\left\{ \frac{1}{2} \right\}$
$t = -3$	$\frac{1}{2}$
$t \in (-3; 0) \cup (0; +\infty)$	$\left\{ \frac{-3 + \sqrt{9+3t}}{t}; \frac{-3 - \sqrt{9+3t}}{t} \right\}$
$t \in (-\infty; -3)$	$\frac{1}{2}$

Vyřeš (úplná diskuze):

7) par. $p \in R$: $px^2 + 25p^2 = 0$

8) par. $p \in R$: $x^2 + px + 1 = 0$

Urči, pro které hodnoty parametru má rce právě 1 reálný kořen

9) par. $t \in R$: $(-2x^2 - 3tx - 6 = 0$

C. Nerovnice

- postup řešení obdobný
- při násobení nerovnice výrazem s parametrem je třeba zvážit, jakých hodnot výraz nabývá (kladných, záporných)

10) par. $a \in R$: $2x(x+1) + x(x-a) \leq x+1$
 $x(x+3) \leq 1$

úpravy

chceme dělit, **diskuze**



evropský
sociální
fond v ČR



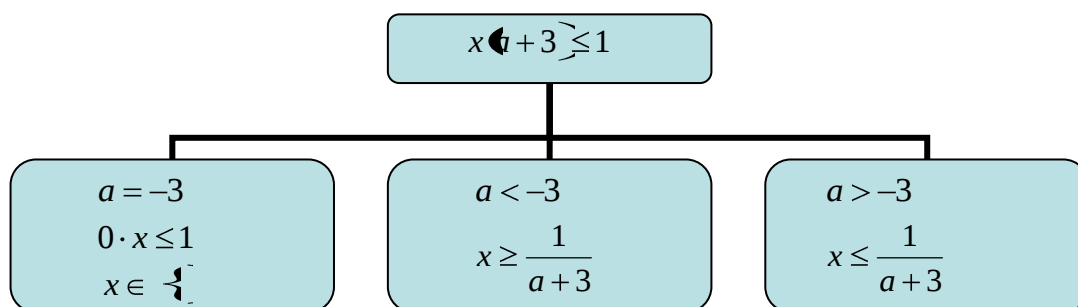
EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



parametr $a \in R$	množina řešení $K=$
$a = -3$	$\{ \}$
$a \in \left(-\infty; -3 \right)$	$\left[\frac{1}{a+3}; +\infty \right)$
$a \in \left(-3; +\infty \right)$	$\left(-\infty; \frac{1}{a+3} \right]$

11) par. $a \in R$: $ax+3 \geq x+a$
 $x \in \left[-1; a-3 \right]$

úpravy
 chceme dělit, **diskuze**

parametr $a \in R$	množina řešení $K=$
$a = 1$	R
$a \in \left(-\infty; 1 \right)$	$\left(-\infty; \frac{a-3}{a-1} \right)$
$a \in \left(1; +\infty \right)$	$\left(\frac{a-3}{a-1}; -\infty \right)$

Zkontroluj si výsledky (lineární rce):

2)

parametr $a \in R$	množina řešení $K=$
$a \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$	$\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$
$a \in R \setminus \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$	$\left\{\frac{a}{a^2 - 1}\right\}$

3)

parametr $a \in R$	množina řešení $K=$
$a = 0$	$\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$
$a = 2$	R
$a \in R \setminus \{0, 2\}$	$\left\{\frac{a+2}{a}\right\}$

5)

parametr $m \in R$	množina řešení $K=$
$m = -\frac{1}{2}$	$R \setminus \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$
$m \in R \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$	$\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$

Zkontroluj si výsledky (kvadrat. rce):

7)

parametr $p \in R$	množina řešení $K=$
$p = 0$	R
$p \in (-\infty; 0]$	$\left[-5\sqrt{-p}; -5\sqrt{-p}\right]$
$p \in (0; +\infty)$	$\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

8) $D = p^2 - 4$

parametr $p \in R$	množina řešení $K=$
$p = 2$	$\{1\}$
$p = -2$	$\{1\}$
$p \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$	$\left\{ \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4}}{2}; \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4}}{2} \right\}$
$p \in (-2; 2)$	$\emptyset$

9) a) $t = 2 \Rightarrow$ lin. rce

b) $t \neq 2 \Rightarrow$ kvadr. rce, $D=0$ $D = 9t^2 + 24t - 48 = 0$

Rce má právě 1 kořen pro $t \in \left\{ 2; -4; \frac{4}{3} \right\}$

parametr $t \in R$	množina řešení $K=$
$t = 2$	$\{1\}$
$t = -4$	$\{1\}$
$t = \frac{4}{3}$	$\{3\}$

Další příklady:

12) par. $k \in R$: a) $|x - k| = 2$ b) $|x - 5| = k$ c) $|x - 2k| = k$

Využij geometrický význam absolutní hodnoty.

a)

parametr $k \in R$	množina řešení $K=$
$k \in R$	$k-2, k+2$



b)

parametr $k \in R$	množina řešení $K=$
$k = 0$	5
$k \in (-\infty; 0]$	5
$k \in (0; +\infty)$	$5-k; 5+k$



c)

parametr $k \in R$	množina řešení $K=$
$k = 0$	6
$k \in (-\infty; 0]$	5
$k \in (0; +\infty)$	$3k$

- **Všechny použité tabulky a schémata jsou vlastní.**
- CHARVÁT, Jura, Jaroslav ZHOUF, Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: Rovnice a nerovnice*. 3. vyd. Praha: Prometheus, 2000. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-154-X.
- JANEČEK, František. *Výrazy, rovnice, nerovnice a jejich soustavy*. 3. vyd. Praha: Prometheus, 1995. ISBN 80-7196-096-9.
- KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2003. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-030-6.
- PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2000. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-099-3.