



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název školy	Gymnázium Josefa Ressela, Chrudim, Olbrachtova 291
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5, Název projektu: Inovace ve vzdělávání na Gymnáziu Chrudim, reg.č.:CZ.1.07/1.5.00/34.0249
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	MATEMATIKA
Název sady vzdělávacích materiálů	ROVNICE A NEROVNICE
Jméno tvůrce vzdělávací sady	Mgr. Bc. Zuzana Leksová
Číslo sady	III/2-8-1-19
Anotace	Pracovní list - řešení rovnic a nerovnic s faktoriály, včetně řešení. Povolené pomůcky: kalkulačka. Předpokládaný čas vypracování 20 min.
Ověřeno ve výuce: ročník, třída, dne, předmět	3. ročník vyššího gymnázia, 7.E, 19.4.2013, Matematika

ZADÁNÍ

Příklad 1.

Řešte pro $n \in \mathbb{N}$: $\frac{(n-1)!}{(n-3)!} - n = 2$.

Příklad 2.

Řešte pro $n \in \mathbb{N}$: $\frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{(n+2)!}{3!(n-1)!} + \frac{(n+4)!}{3!(n+1)!} = \frac{n^3}{2} + 88$.

Příklad 3.

Řešte pro $x \in \mathbb{N}$: $\frac{x!}{(x-2)!} + 2 \binom{x-1}{x-3} = 0$.

Příklad 4.

Řešte pro $x \in \mathbb{N}$: $\binom{x-1}{x-3} = 9 - \frac{(x-2)!}{2!(x-4)!}$.

Příklad 5.

Řešte pro $x \in \mathbb{N}$: $(x!)^2 + 2x! = 48$.

Příklad 6.

Řešte pro $x \in \mathbb{N}$: $(2x!)^2 + 3x! - 7 = 0$.

Příklad 7.

Řešte nerovnici pro $n \in \mathbb{N}$: $\frac{n!}{(n-2)!} - 3n \leq \frac{(n+4)!}{(n+3)!} + 2$.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

Příklad 8.

Pro která $n \in \mathbb{N}$ platí: $(n+2)! \cdot \left[\frac{1}{n!} + \frac{1}{(n+1)!} - \frac{9}{(n+2)!} \right] \leq 0$.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

ŘEŠENÍ

Příklad 1.

$$\frac{(n-1)!}{(n-3)!} - n = 2 \quad n \geq 3$$

$$\frac{(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} - n = 2$$

$$(n-1)(n-2) - n = 2$$

$$n^2 - 3n + 2 - n = 2$$

$$n^2 - 4n = 0$$

$$n_1 = 4 \wedge n_2 = 0$$

$$\underline{K = \{4\}}$$

Příklad 2.

$$\frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{(n+2)!}{3!(n-1)!} + \frac{(n+4)!}{3!(n+1)!} = \frac{n^3}{2} + 88 \quad n \geq 3$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{3!(n-3)!} + \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)!}{3!(n-1)!} + \frac{(n+4)(n+3)(n+2)(n+1)!}{3!(n+1)!} = \frac{n^3}{2} + 88$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3!} + \frac{(n+2)(n+1)n}{3!} + \frac{(n+4)(n+3)(n+2)}{3!} = \frac{n^3}{2} + 88$$

$$n^3 - 3n^2 + 2n + n^3 + 3n^2 + 2n + n^3 + 9n^2 + 26n + 24 = 3n^3 + 528$$

$$3n^3 + 9n^2 + 30n + 24 = 3n^3 + 528$$

$$9n^2 + 30n - 504 = 0$$

$$3n^2 + 10n - 168 = 0$$

$$n_1 = 6 \wedge n_2 = -\frac{56}{6}$$

$$\underline{K = \{6\}}$$

Příklad 3.

$$\frac{x!}{(x-2)!} + 2 \binom{x-1}{x-3} = 0$$

$$x \geq 3$$

$$\frac{x!}{(x-2)!} + 2 \frac{(x-1)!}{2!(x-3)!} = 0$$

$$\frac{x(x-1)(x-2)!}{(x-2)!} + 2 \frac{(x-1)(x-2)(x-3)!}{2!(x-3)!} = 0$$

$$x(x-1) + (x-1)(x-2) = 0$$

$$x^2 - x + x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x_1 = -1 \wedge x_2 = -1$$

$$\underline{K = \{ \}}$$

Příklad 4.

$$\binom{x-1}{x-3} = 9 - \frac{(x-2)!}{2!(x-4)!}$$

$$x \geq 4$$

$$\frac{(x-1)!}{2!(x-3)!} = 9 - \frac{(x-2)!}{2!(x-4)!}$$

$$\frac{(x-1)(x-2)(x-3)!}{2!(x-3)!} = 9 - \frac{(x-2)(x-3)(x-4)!}{2!(x-4)!}$$

$$(x-1)(x-2) = 18 - (x-2)(x-3)$$

$$x^2 - 3x + 2 = 18 - (x^2 - 5x + 6)$$

$$x^2 - 3x + 2 = 18 - x^2 + 5x - 6$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x_1 = 5 \wedge x_2 = -4$$

$$\underline{K = \{5\}}$$

Příklad 5.

$$(x!)^2 + 2x! = 48$$

$$x \geq 0$$

$$x! = a$$

$$a^2 + 2a - 48 = 0$$

$$a_1 = 6 \wedge a_2 = -8$$

$$x! = 6$$

$$x = 3$$

$$\underline{K = \{3\}}$$

Příklad 6.

$$(2x!)^2 + 3x! - 7 = 0$$

$$x \geq 0$$

$$x! = a$$

$$4a^2 + 3a - 7 = 0$$

$$a_1 = 1 \wedge a_2 = -\frac{7}{4}$$

$$x! = 1$$

$$x = 1$$

$$\underline{K = \{1\}}$$

Příklad 7.

$$\frac{n!}{(n-2)!} - 3n \leq \frac{(n+4)!}{(n+3)!} + 2 \quad n \geq 2$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} - 3n \leq \frac{(n+4)(n+3)!}{(n+3)!} + 2$$

$$n(n-1) - 3n \leq (n+4) + 2$$

$$n^2 - n - 3n \leq (n+4) + 2$$

$$n^2 - 5n - 6 \leq 0$$

$$(n-6)(n+1) \leq 0$$

$$\underline{K = \{2, 3, 4, 5, 6\}}$$

Příklad 8.

$$(n+2)! \cdot \left[\frac{1}{n!} + \frac{1}{(n+1)!} - \frac{9}{(n+2)!} \right] \leq 0 \quad n \geq 0$$

$$(n+2)! \cdot \left[\frac{(n+2)(n+1) + n + 2 - 9}{(n+2)!} \right] \leq 0$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

$$n^2 + 3n + 2 + n + 2 - 9 \leq 0$$

$$n^2 + 4n - 5 \leq 0$$

$$(n+5)(n-1) \leq 0$$

$$K = \{0,1\}$$

Použité zdroje:

- Všechny použité obrázky nebo grafy jsou vlastní, vytvořené v programech Malování nebo GeoGebra.
- CALDA, Emil a Václav DUPAČ. *Matematika pro gymnázia: kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2008. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-365-3.
- KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6030-6.
- PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost