



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název školy	Gymnázium Josefa Ressela, Chrudim, Olbrachtova 291
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5, Název projektu: Inovace ve vzdělávání na Gymnáziu Chrudim, reg.č.:CZ.1.07/1.5.00/34.0249
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	MATEMATIKA
Název sady vzdělávacích materiálů	ROVNICE A NEROVNICE
Jméno tvůrce vzdělávací sady	Mgr. Bc. Zuzana Leksová
Číslo sady	III/2-8-1-20
Anotace	Pracovní list - řešení rovnic a nerovnic s kombinačními čísly, včetně řešení. Povolené pomůcky: kalkulačka. Předpokládaný čas vypracování 20 min.
Ověřeno ve výuce: ročník, třída, dne, předmět	3. ročník vyššího gymnázia, 7.E, 30.4.2013, Matematika

ZADÁNÍ

Příklad 1.

Řešte pro $n \in \mathbb{N}$: $\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = 4$

Příklad 2.

Řešte pro $n \in \mathbb{N}$: $\binom{n}{2} + \binom{n}{1} = \frac{n^2 + 1}{2}$

Příklad 3.

Řešte pro $x \in \mathbb{N}$: $\binom{x}{2} + \binom{x+3}{x+1} = 4$

Příklad 4.

Řešte pro $x \in \mathbb{N}$: $\binom{x}{x-2} + \binom{x}{x-1} = \frac{5x}{2}$

Příklad 5.

Řešte pro $x \in \mathbb{N}$: $\binom{x+2}{2} \geq \binom{x}{2} + 1$

Příklad 6.

Vypočítejte, pro která $n \in \mathbb{N}$ platí: $\binom{n}{n-3} + \binom{n+1}{n-2} = \frac{1}{3} \left[n^3 - \binom{7}{4} \right]$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

Příklad 7.

Řešte pro $n \in \mathbb{N}$: $\binom{n-1}{n-3} + \binom{n-2}{n-4} = 9$

Příklad 8.

Řešte nerovnici pro $n \in \mathbb{N}$: $6 \cdot \binom{n+3}{3} - (n+3)^3 \leq \frac{n+2}{2} - \binom{n+2}{2} \cdot 6$

Příklad 9.

Pro která $n \in \mathbb{N}$ platí: $\binom{6}{5} \cdot \binom{n+1}{n-1} - \binom{6}{4} \cdot \binom{n+2}{n+1} \leq \binom{4}{2}$

ŘEŠENÍ

Příklad 1.

$$\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} = 4 \quad n \geq 2$$

$$\frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{(n-1)!}{2!(n-3)!} = 4$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)!}{2!(n-3)!} = 4$$

$$\frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n-1)(n-2)}{2} = 4$$

$$n^2 - n + n^2 - 3n + 2 = 8$$

$$n^2 - 2n - 3 = 0$$

$$n_1 = 3 \wedge n_2 = -1$$

$$\underline{K = \{3\}}$$

Příklad 2.

$$\binom{n}{2} + \binom{n}{1} = \frac{n^2 + 1}{2} \quad n \geq 2$$

$$\frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{n!}{1!(n-1)!} = \frac{n^2 + 1}{2}$$

$$n(n-1) + 2n = n^2 + 1$$

$$n^2 - n + 2n = n^2 + 1$$

$$n=1$$

$$K = \{ \}$$

Příklad 3.

$$\binom{x}{2} + \binom{x+3}{x+1} = 4$$

$$x \geq 2$$

$$\frac{x!}{2!(x-2)!} + \frac{(x+3)!}{2!(x+1)!} = 4$$

$$\frac{x(x-1)(x-2)!}{2!(x-2)!} + \frac{(x+3)(x+2)(x+1)!}{2!(x+1)!} = 4$$

$$x(x-1) + (x+3)(x+2) = 8$$

$$x^2 - x + x^2 + 5x + 6 = 8$$

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x_1 = -1 + \sqrt{2} \wedge x_2 = -1 - \sqrt{2}$$

$$K = \{ \}$$

Příklad 4.

$$\binom{x}{x-2} + \binom{x}{x-1} = \frac{5x}{2}$$

$$x \geq 2$$

$$\frac{x!}{2!(x-2)!} + \frac{x!}{1!(x-1)!} = \frac{5x}{2}$$

$$\frac{x(x-1)(x-2)!}{2!(x-2)!} + \frac{x(x-1)!}{1!(x-1)!} = \frac{5x}{2}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

$$x(x-1)+2x=5x$$

$$x^2-x+2x=5x$$

$$x^2-4x=0$$

$$x_1=0 \wedge x_2=4$$

$$\underline{K=\{4\}}$$

Příklad 5.

$$\binom{x+2}{2} \geq \binom{x}{2} + 1 \qquad x \geq 2$$

$$\frac{(x+2)!}{2!x!} \geq \frac{x!}{2!(x-2)!} + 1$$

$$\frac{(x+2)(x+1)x!}{2!x!} \geq \frac{x(x-1)(x-2)!}{2!(x-2)!} + 1$$

$$(x+2)(x+1) \geq x(x-1) + 2$$

$$x^2+3x+2 \geq x^2-x+2$$

$$4x \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$\underline{K=\{2,3,4,5,\dots\}}$$

Příklad 6.

$$\binom{n}{n-3} + \binom{n+1}{n-2} = \frac{1}{3} \left[n^3 - \binom{7}{4} \right] \quad n \geq 3$$

$$\frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} = \frac{1}{3} (n^3 - 35)$$

$$n(n-1)(n-2) + (n+1)n(n-1) = 2(n^3 - 35)$$

$$(n^3 - 3n^2 + 2n) + (n^3 - n) = 2(n^3 - 35)$$

$$-3n^2 + n + 70 = 0$$

$$n_1 = \frac{-14}{3} \wedge n_2 = 5$$

$$K = \{5\}$$

Příklad 7.

$$\binom{n-1}{n-3} + \binom{n-2}{n-4} = 9 \quad n \geq 4$$

$$\frac{(n-1)!}{2!(n-3)!} + \frac{(n-2)!}{2!(n-4)!} = 9$$

$$(n-1)(n-2) + (n-2)(n-3) = 18$$

$$(n^2 - 3n + 2) + (n^2 - 5n + 6) = 18$$

$$2n^2 - 8n - 10 = 0$$

$$n^2 - 4n - 5 = 0$$

$$n_1 = -1 \wedge n_2 = 5$$

$$K = \{5\}$$

Příklad 8.

$$\begin{aligned}
 6 \cdot \binom{n+3}{3} - (n+3)^3 &\leq \frac{n+2}{2} - \binom{n+2}{2} \cdot 6 & n \geq 0 \\
 6 \cdot \frac{(n+3)!}{3!n!} - (n^3 + 9n^2 + 27n + 27) &\leq \frac{n+2}{2} - 6 \cdot \frac{(n+2)!}{2!n!} \\
 (n+3)(n+2)(n+1) - (n^3 + 9n^2 + 27n + 27) &\leq \frac{n+2}{2} - 3 \cdot (n+2)(n+1) \\
 (n^3 + 6n^2 + 11n + 6) - n^3 - 9n^2 - 27n - 27 &\leq \frac{n+2}{2} - 3n^2 - 9n - 6 \\
 -3n^2 - 16n - 21 &\leq \frac{n+2}{2} - 3n^2 - 9n - 6 \\
 -7n - 15 &\leq \frac{n+2}{2} \\
 -15n &\leq 32 \\
 n &\geq -\frac{32}{15} \\
 K &= \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}
 \end{aligned}$$

Příklad 9.

$$\begin{aligned}
 \binom{6}{5} \cdot \binom{n+1}{n-1} - \binom{6}{4} \cdot \binom{n+2}{n+1} &\leq \binom{4}{2} & n \geq 1 \\
 6 \cdot \frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} - 15 \cdot \frac{(n+2)!}{1!(n+1)!} &\leq 6 \\
 3 \cdot (n+1)n - 15 \cdot (n+2) &\leq 6 \\
 3n^2 + 3n - 15n - 30 &\leq 6
 \end{aligned}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

$$n^2 - 4n - 12 \leq 0$$

$$n_1 = -2 \wedge n_2 = 6$$

$$\underline{K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}}$$

Použité zdroje:

- Všechny použité obrázky nebo grafy jsou vlastní, vytvořené v programech Malování nebo GeoGebra.
- CALDA, Emil a Václav DUPAČ. *Matematika pro gymnázia: kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2008. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-365-3.
- KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6030-6.
- PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost