



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

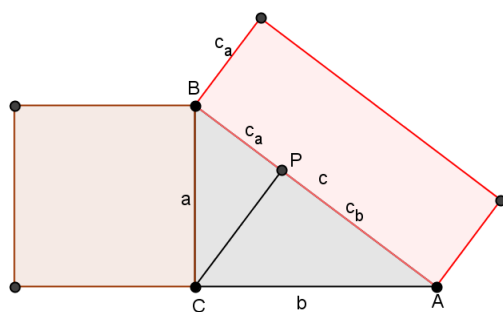
Název školy	Gymnázium Josefa Ressela, Chrudim, Olbrachtova 291
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5, Název projektu: Inovace ve vzdělávání na Gymnáziu Chrudim, reg.č.:CZ.1.07/1.5.00/34.0249
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	MATEMATIKA
Název sady vzdělávacích materiálů	GEOMETRIE
Jméno tvůrce vzdělávací sady	RNDr. Vlasta Chytrá
Číslo sady	III/2-8-2-1
Anotace	Pravoúhlý trojúhelník a užití ve výpočtech Samostatná práce, opakování a procvičení učiva
Ověřeno ve výuce: ročník, třída, dne, předmět	2. ročník vyššího gymnázia, 6.E 11.9. 2013, Matematika

Pravoúhlý trojúhelník (a jeho užití při výpočtech)

Pravoúhlý trojúhelník $\triangle ABC$: strany a, b, c

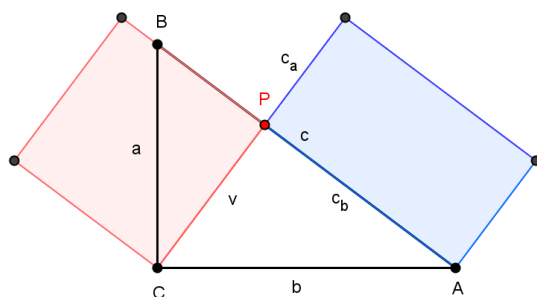
Pythagorova věta $c^2 = a^2 + b^2$

Eukleidovy věty o odvěsnách $a^2 = c \cdot c_a$
 $b^2 = c \cdot c_b$ $\Rightarrow a^2 + b^2 = c \cdot (c_a + c_b) = c^2$



Eukleidova věta o výšce

$$v^2 = c_a \cdot c_b$$



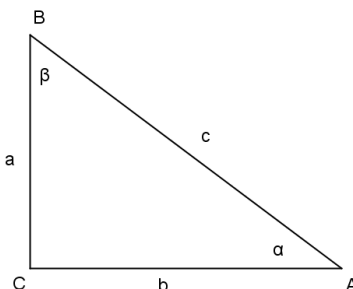
Pravoúhlý trojúhelník $\triangle ABC$: vnitřní úhly α, β, γ

$$\gamma = 90^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

Goniometrické funkce

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$
$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \operatorname{cot} \alpha = \frac{b}{a}$$



Zadání - samostatná práce

Postup při řešení:

- náčrtek
- potřebné vzorce
- výpočet
- odpověď

1) V pravoúhlém trojúhelníku $\triangle ABC$ je dáno:

$$\gamma = 90^\circ, a : b = 3 : 4, S_{\triangle} = 150 \text{ cm}^2.$$

Vypočítejte délky stran a velikosti vnitřních úhlů $\triangle ABC$.

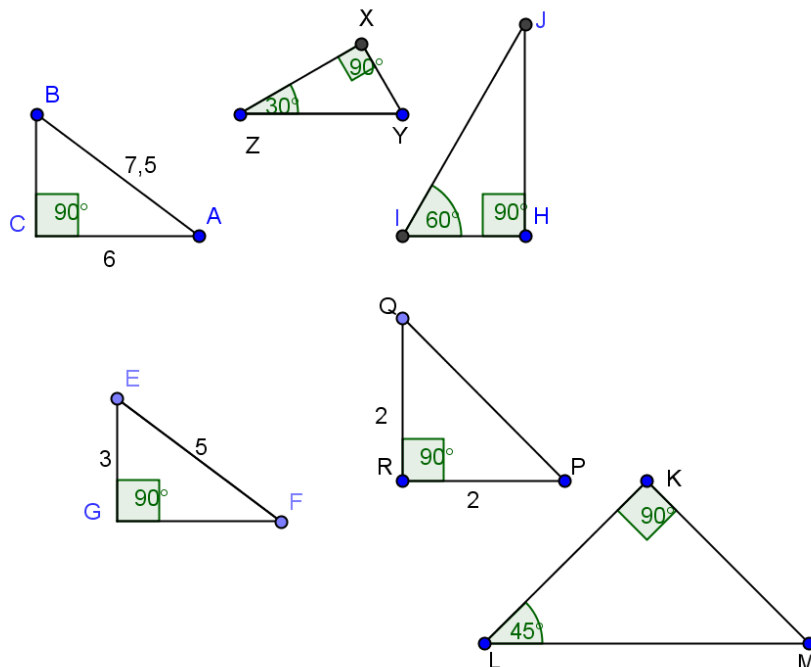
2) V pravoúhlém trojúhelníku $\triangle ABC$ je dáno: $\alpha = 30^\circ, c_a = 6$.

Vypočítejte délky stran $\triangle ABC$.

3) V pravoúhlém trojúhelníku $\triangle ABC$ je dáno: $a = 10 \text{ cm}, v = 8 \text{ cm}$.

Vypočítejte délky stran $\triangle ABC$.

- 4) **Vyberte** správně dvojice podobných trojúhelníků (zdůvodněte a запиšte).



- 5) V rovnoramenném trojúhelníku je základna $c = 15,2 \text{ cm}$ a jeden vnitřní úhel je $\alpha = 50^\circ$.
Vypočítejte zbývající vnitřní úhly a obsah trojúhelníku.
- 6) Dvě přímé cesty se kříží pod úhlem $\varphi = 42^\circ$. Po jedné z nich ušel Martin od křižovatky 850 m . Jaká je nejkratší vzdálenost z tohoto místa k druhé cestě?
- 7) V kružnici s poloměrem $r = 12 \text{ cm}$ jsou dvě navzájem rovnoběžné tětivy délek $a = 12 \text{ cm}$ a $b = 16 \text{ cm}$.
Vypočítejte vzdálenost těchto tětiv.

Výsledky a řešení

1) $S = \frac{1}{2}ab$ $a:b = 3:4 \Rightarrow a = 3x \wedge b = 4x, x > 0$

$$S_{\Delta} = 150 = \frac{1}{2}3x \cdot 4x \quad x = 5$$

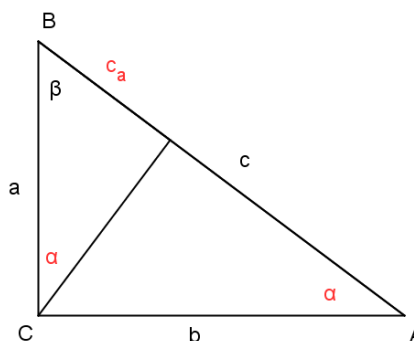
Délky stran $a = 15 \text{ cm}, b = 20 \text{ cm}, c = 25 \text{ cm}$

Vnitřních úhlů $\sin \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha = 36^{\circ}52'$ $\sin \beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \beta = 53^{\circ}8'$

2) $\sin \alpha = \frac{c_a}{a} \Rightarrow a = 12$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \Rightarrow b = 12\sqrt{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \Rightarrow c = 24$$

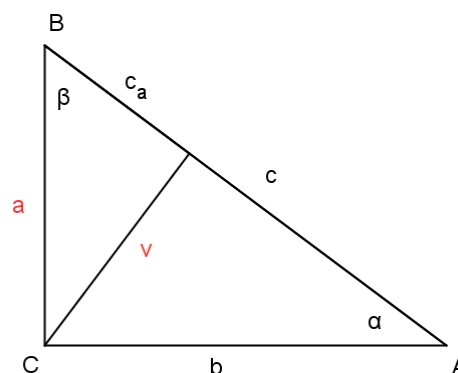


Délky stran v ΔABC jsou

3) $c_a^2 = a^2 - v^2 \Rightarrow c_a = 6$

$$v^2 = c_a \cdot c_b \Rightarrow c_b = \frac{32}{3} \quad c = 6 + \frac{32}{3} = \frac{50}{3}$$

$$b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow b = \frac{40}{3}$$



Délky stran v ΔABC jsou



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE

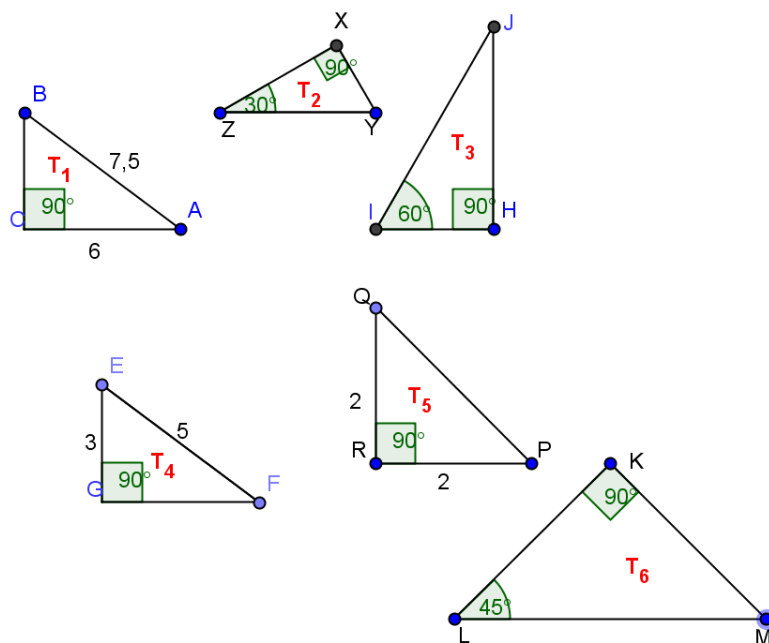


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

4)



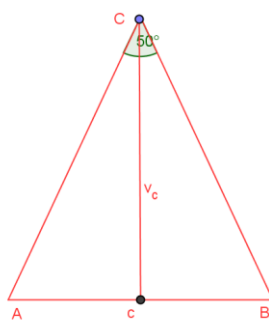
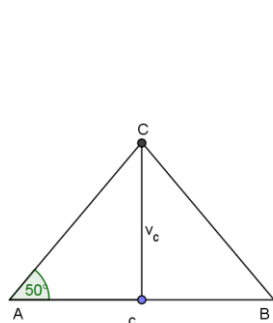
$$T_1 \approx T_4 \quad \Delta ABC \approx \Delta FEG(sss)$$

$$T_2 \approx T_3 \quad \Delta XYZ \approx \Delta HIJ(uu)$$

$$T_5 \approx T_6 \quad \Delta KLM \approx \Delta RPQ(uu)$$

5) Ex. dvě řešení – dva různé trojúhelníky

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} cv_c$$



$$\alpha = \beta = 50^\circ \quad \gamma = 80^\circ$$

$$\gamma = 50^\circ \quad \alpha = \beta = 65^\circ$$

$$\operatorname{tg} 50^\circ = \frac{v_c}{7,6} \Rightarrow v_c = 7,6 \operatorname{tg} 50^\circ$$

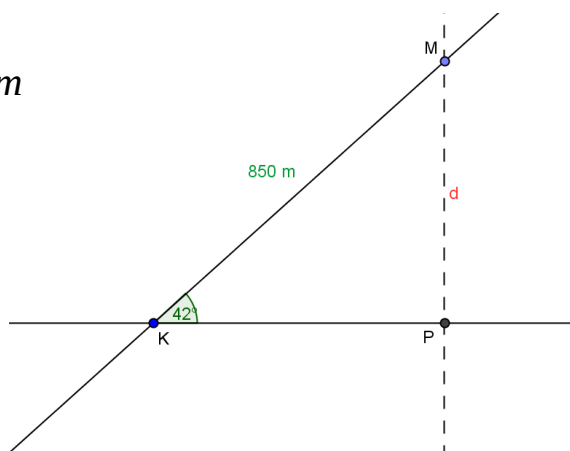
$$\operatorname{tg} 65^\circ = \frac{v_c}{7,6} \Rightarrow v_c = 7,6 \operatorname{tg} 65^\circ$$

$$S_{\Delta} = 68,8 \text{ cm}^2$$

$$S_{\Delta} = 123,9 \text{ cm}^2$$

6)

$$\sin 42^\circ = \frac{d}{850} \Rightarrow d = 568,8 \text{ m}$$



7) Ex. dvě řešení:

tětivy jsou ve vzdálenosti

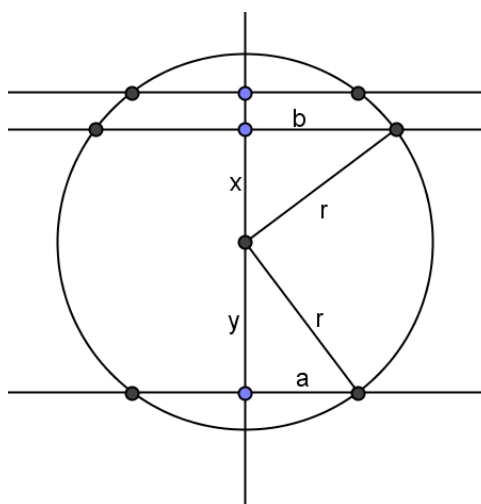
$$v_1 = x + y$$

nebo

$$v_2 = y - x$$

$$x^2 = 12^2 - 8^2 \Rightarrow x = 4\sqrt{5}$$

$$y^2 = 12^2 - 6^2 \Rightarrow y = 6\sqrt{3}$$



$$v_1 = x + y = 19,34 \text{ cm}$$

$$v_2 = y - x = 1,45 \text{ cm}$$

- Použité nákresy jsou vlastní - sestrojené v programu GeoGebra.
- POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: Planimetrie*, 4. vydání, Praha: Prometheus, 2003. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-174-4.
- BUŠEK, Ivan, Emil Calda. *Matematika pro gymnázia: Základní poznatky z matematiky*, 3. upravené vydání, Praha: Prometheus, 2003. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-146-9.
- KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2003. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-030-6.
- PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2000. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-099-3.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

