



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název školy	Gymnázium Josefa Ressela, Chrudim, Olbrachtova 291
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5, Název projektu: Inovace ve vzdělávání na Gymnáziu Chrudim, reg.č.:CZ.1.07/1.5.00/34.0249
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	MATEMATIKA
Název sady vzdělávacích materiálů	GEOMETRIE
Jméno tvůrce vzdělávací sady	Fikejzlová Hana
Číslo sady	III/2-8-2-03
Anotace	Tři varianty písemné prověrky z látky ČTYŘÚHELNÍKY, PRAVIDELNÉ MNOHOÚHELNÍKY, kapitoly GEOMETRIE prvního ročníku, s vypracovaným početním řešením a použitými vztahy /5 příloh/. Předpokládaný čas vypracování 25 min. Povoleno pomůcky: kalkulačka, rýsovací potřeby.
Ověřeno ve výuce: ročník, třída, dne, předmět	1. ročník, třída 1.B a 5.E, dne 7.5.2012, Matematika

Čtyřúhelníky, pravidelné mnohoúhelníky

A

1/ V kosodélníku ABCD měří strana AB 6 cm, strana AD 4 cm a vnitřní úhel u vrcholu B měří 150° .

a/ Vypočtete obsah kosodélníku ABCD.

b/ Vypočtete vzdálenost jeho stran AB a CD.

2/ Do kružnice o poloměru 13 cm je vepsán pravidelný pětiúhelník ABCDE.

a/ Vypočtete délku jeho strany a poloměr ρ kružnice jemu vepsané.

b/ Vypočtete obsah pětiúhelníku ABCDE.

c/ Vypočtete počet úhlopříček pětiúhelníku ABCDE.

d/ Daný pravidelný pětiúhelník ABCDE sestrojte v měřítku 1 : 2.

Čtyřúhelníky, pravidelné mnohoúhelníky

B

1/ V kosočtverci ABCD měří úhlopříčka AC 8 cm, úhlopříčka BD 6 cm.

a/ Vypočtete obsah kosočtverce ABCD.

b/ Vypočtete délku strany kosočtverce a poloměr ρ kružnice jemu vepsané.

2/ Do kružnice o poloměru 8 cm je vepsán pravidelný osmiúhelník ABCDEFGH.

a/ Vypočtete délku jeho strany a poloměr ρ kružnice jemu vepsané.

b/ Vypočtete obsah osmiúhelníku ABCDEFGH.

c/ Vypočtete počet úhlopříček osmiúhelníku ABCDEFGH.

d/ Daný pravidelný osmiúhelník ABCDEFGH sestrojte v měřítku 1 : 2.

Čtyřúhelníky, pravidelné mnohoúhelníky

C

1/ V obdélníku ABCD měří úhlopříčka AC 6 cm a obě jeho úhlopříčky svírají úhel $\omega = 60^\circ$.

a/ Vypočtete délky stran obdélníku ABCD.

b/ Vypočtete obsah a obvod obdélníku ABCD.

2/ Do kružnice o poloměru 2 dm je vepsán pravidelný desetiúhelník ABCDEFGHIJ.

a/ Vypočtete délku jeho strany a poloměr kružnice jemu vepsané.

b/ Vypočtete obsah desetiúhelníku ABCDEFGHIJ.

c/ Vypočtete velikost vnitřního úhlu desetiúhelníku ABCDEFGHIJ.

d/ Daný pravidelný desetiúhelník ABCDEFGHIJ sestrojte v měřítku 1 : 4.

Použité vztahy:

Goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku, Pythagorova věta.

Vlastnosti rovnoramenného trojúhelníku, rovnoběžníku, kosodélníku, kosočtverce, jejich obvod a obsah.

Vlastnosti pravidelných n -úhelníků, jeho obsah $S = n \cdot \frac{a \cdot \rho}{2}$, počet úhlopříček $u = \frac{n(n-3)}{2}$,

součet vnitřních úhlů $s = (n-2) \cdot 180^\circ$,

Konstrukce pravidelného pětiúhelníku, osy úhlu.

Použité zdroje:

Matematika pro gymnázia - Planimetrie – RNDr. Eva Pomykalová, r.1993,
ISBN 80-7196-174-4

Matematika – Maturitní minimum /Sbírka úloh pro střední školy/ - Josef Kubát, Dag Hrubý,
Josef Pilgr/, r. 1996, ISBN 80-7196-030-6

Matematika – příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy – Jindra Petáková,
1998, ISBN 80-7196-099-3

Sbírka úloh z matematiky pro přípravu k maturitní zkoušce a k přijímacím zkouškám na VŠ –
RNDr. Josef Kubát, r.1993, ISBN 80-85605-27-9

Řešení: A

1/ V kosodélníku ABCD měří strana AB 6 cm, strana AD 4 cm a vnitřní úhel u vrcholu B měří 150° .

a/ Vypočtete obsah kosodélníku ABCD.

b/ Vypočtete vzdálenost jeho stran AB a CD.

$$a/ \alpha = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ, S = a \cdot b \cdot \sin \alpha = 6 \cdot 4 \cdot 0,5 = \underline{12 \text{ (cm}^2\text{)}}$$

$$b/ S = a \cdot v_a \Rightarrow v_a = \frac{S}{a} = \frac{12}{6} = \underline{2 \text{ (cm)}} \dots \text{vzdálenost stran AB a CD}$$

2/ Do kružnice o poloměru 13 cm je vepsán pravidelný pětiúhelník ABCDE.

a/ Vypočtete délku jeho strany a poloměr ρ kružnice jemu vepsané.

b/ Vypočtete obsah pětiúhelníku ABCDE.

c/ Vypočtete počet úhlopříček pětiúhelníku ABCDE.

d/ Daný pravidelný pětiúhelník ABCDE sestojte v měřítku 1 : 2.

a/ V rovnoramenném trojúhelníku ABS je úhel u S $\omega = 360^\circ : 5 = 72^\circ$. Jeho rozpůlením vznikne pravoúhlý trojúhelník PBS v němž úhel u S je $\varepsilon = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$, strana BS = r, stranu PB

označíme x. Pak $\sin \varepsilon = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r \cdot \sin \varepsilon = 13 \cdot \sin 36^\circ = 7,64 \text{ (cm)}$. Strana a = 2x = 15,28 cm.

$$\cos \varepsilon = \frac{\rho}{r} \Rightarrow \rho = r \cdot \cos 36^\circ = \underline{10,52 \text{ cm.}}$$

$$b/ S = n \cdot \frac{a \cdot \rho}{2} = 5 \cdot 15,28 \cdot 10,52 \cdot 0,5 = \underline{401,34 \text{ (cm}^2\text{)}}$$

$$c/ \text{Počet úhlopříček } u = \frac{n \cdot (n-3)}{2} = 5 \cdot 2 \cdot 0,5 = \underline{5}.$$

Řešení: B

1/ V kosočtverci ABCD měří úhlopříčka AC 8 cm, úhlopříčka BD 6 cm.

a/ Vypočtete obsah kosočtverce ABCD.

b/ Vypočtete délku strany kosočtverce a poloměr ρ kružnice jemu vepsané.

$$a/ \underline{S} = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = \underline{24 \text{ (cm}^2\text{)}}$$

$$b/ \text{ Z Pythagorovy věty plyne: } a^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2 = 4^2 + 3^2 = 25. \text{ Protože } a \text{ je číslo kladné, je } \underline{\text{délka}} \\ \underline{\text{strany } a = 5 \text{ cm.}} \text{ Protože } S = a \cdot v_a, \text{ je } v_a = \frac{S}{a} = \frac{24}{5} = 4,8. \quad \underline{\rho} = \frac{v_a}{2} = \underline{2,4 \text{ (cm).}}$$

2/ Do kružnice o poloměru 8 cm je vepsán pravidelný osmiúhelník ABCDEFGH.

a/ Vypočtete délku jeho strany a poloměr ρ kružnice jemu vepsané.

b/ Vypočtete obsah osmiúhelníku ABCDEFGH.

c/ Vypočtete počet úhlopříček osmiúhelníku ABCDEFGH.

d/ Daný pravidelný osmiúhelník ABCDEFGH sestrojte v měřítku 1 : 2.

a/ V rovnoramenném trojúhelníku ABS je úhel u S $\omega = 360^\circ : 8 = 45^\circ$. Jeho rozpůlením vznikne pravoúhlý trojúhelník PBS v němž úhel u S je $\varepsilon = \frac{45^\circ}{2} = 22^\circ 30'$, strana BS = r, stranu PB

označíme x. Pak $\sin \varepsilon = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r \cdot \sin \varepsilon = 8 \cdot \sin 22,5^\circ = 3,06 \text{ (cm)}$. Strana a = 2x = 6,12 cm.

$$\cos \varepsilon = \frac{\rho}{r} \Rightarrow \underline{\rho} = r \cdot \cos 22,5^\circ = \underline{7,39 \text{ cm.}}$$

$$b/ \underline{S} = n \cdot \frac{a \cdot \rho}{2} = 8 \cdot 6,12 \cdot 7,39 = \underline{180,9 \text{ (cm}^2\text{)}}$$

$$c/ \underline{\text{Počet úhlopříček } u} = \frac{n \cdot (n-3)}{2} = 8 \cdot 5 : 2 = \underline{20}.$$

Řešení: C

1/ V obdélníku ABCD měří úhlopříčka AC 6 cm a obě jeho úhlopříčky svírají úhel $\omega = 60^\circ$.

a/ Vypočtete délky stran obdélníku ABCD.

b/ Vypočtete obsah a obvod obdélníku ABCD.

a/ Je-li P střed strany BC a S střed obdélníku, platí v pravoúhlém trojúhelníku SPC s pravým

úhlem u vrcholu P vztah $\sin 30^\circ = \frac{|CP|}{|SC|} = \frac{x}{3}$, odtud $|CP| = x = 3 \cdot \sin 30^\circ = 1,5 \text{ (cm)}$.

Strana $b = 2x = 3 \text{ cm}$.

V pravoúhlém trojúhelníku ABC s pravým úhlem u vrcholu B je dle Pythagorovy věty

$a^2 = |AC|^2 - b^2 = 6^2 - 3^2 = 27$, proto strana a = $\sqrt{27} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$.

b/ $S = a \cdot b = 3\sqrt{3} \cdot 3 = 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$, $o = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (3\sqrt{3} + \sqrt{3}) = 6(\sqrt{3} + 1) \text{ (cm}^2\text{)}$.

2/ Do kružnice o poloměru 2 dm je vepsán pravidelný desetiúhelník ABCDEFGHIJ.

a/ Vypočtete délku jeho strany a poloměr ρ kružnice jemu vepsané.

b/ Vypočtete obsah desetiúhelníku ABCDEFGHIJ.

c/ Vypočtete velikost vnitřního úhlu desetiúhelníku ABCDEFGHIJ.

d/ Daný pravidelný desetiúhelník ABCDEFGHIJ sestrojte v měřítku 1 : 4.

a/ V rovnoramenném trojúhelníku ABS je úhel u S $\omega = 360^\circ : 10 = 36^\circ$. Jeho rozpůlením vznikne pravoúhlý trojúhelník PBS v němž úhel u S je $\varepsilon = \frac{36^\circ}{2} = 18^\circ$, strana BS = r, stranu PB

označíme x. Pak $\sin \varepsilon = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r \cdot \sin \varepsilon = 2 \cdot \sin 18^\circ = 0,62 \text{ (dm)}$. Strana a = $2x = 1,24 \text{ dm}$.

$\cos \varepsilon = \frac{\rho}{r} \Rightarrow \underline{\rho} = r \cdot \cos 18^\circ = 1,9 \text{ dm}$.

b/ $S = n \cdot \frac{a \cdot \rho}{2} = 10 \cdot 1,24 \cdot 1,9 \cdot 0,5 = 11,78 \text{ (dm}^2\text{)}$

c/ Součet vnitřních úhlů $s = (n-2) \cdot 180^\circ = 8 \cdot 180^\circ = 1440^\circ$, vnitřní úhel v daném pravidelném desetiúhelníku je desetina s, tedy měří 144° .