



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

|                                               |                                                                                                                                                 |
|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Název školy                                   | Gymnázium Josefa Ressela, Chrudim, Olbrachtova 291                                                                                              |
| Název a číslo OP                              | OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5, <b>Název projektu:</b> Inovace ve vzdělávání na Gymnáziu Chrudim, reg.č.:CZ.1.07/1.5.00/34.0249 |
| Název šablony klíčové aktivity                | III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT                                                                                               |
| Tematická oblast (předmět)                    | MATEMATIKA                                                                                                                                      |
| Název sady vzdělávacích materiálů             | GEOMETRIE                                                                                                                                       |
| Jméno tvůrce vzdělávací sady                  | RNDr. Vlasta Chytrá                                                                                                                             |
| Číslo sady                                    | III/2-8-2-5                                                                                                                                     |
| Anotace                                       | Tělesa I<br>Samostatná práce, domácí cvičení                                                                                                    |
| Ověřeno ve výuce: ročník, třída, dne, předmět | 4. ročník vyššího gymnázia, 4.A,B, 8.E, 14.11.2013, Matematický seminář                                                                         |

## **TĚLESA I - mnohostěny**

### **Zadání - samostatná práce**

- 1) **Zakreslete** 3 sítě krychle.
- 2) **Vyjádřete** tělesovou úhlopříčku  $u$  v tělese:
  - a) krychli s hranou  $a$ ,
  - b) v pravidelném čtyřbokém hranolu s rozměry  $a, v = 0,5a$ .
- 3) Trojboký hranol má podstavu trojúhelník o rozměrech  $b = 15\text{ cm}$ ,  $c = 7\text{ cm}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ . Výška tělesa je  $v = a$ .  
**Vypočítejte** objem a povrch hranolu.
- 4) Pravidelný čtyřboký jehlan  $ABCDV$  má výšku  $v = 15\text{ cm}$  a obsah  $\triangle ACV$  je  $S = 90\text{ cm}^2$ .  
**Vypočítejte** objem jehlanu.
- 5) V bazénu je napuštěno  $810\text{ hl}$  vody. Rozměry dna a hloubka bazénu jsou v poměru  $a : b : v = 6 : 4 : 1$ .  
**Určete** rozměry bazénu a **vypočítejte**, kolik  $m^2$  dlaždic je třeba na obložení stěn a dna.

## Zadání - domácí cvičení

- 6) Do krychle o hraně délky  $6\text{ dm}$  je vepsán pravidelný osmistěn tak, že jeho vrcholy leží ve středech stěn krychle.  
**Vypočítejte** objem a povrch osmistěnu.
- 7) Pravidelný šestiboký jehlan má podstavu vepsanou do kruhu s průměrem  $18\text{ cm}$  a odchylku boční hrany od roviny podstavy  $\varphi = 60^\circ$ .  
**Vypočítejte** jeho objem a povrch.
- 8) **Vypočítejte** objem hranolu, jehož podstavou je kosočtverec s úhlopříčkami délky  $5\text{ cm}$  a  $8\text{ cm}$  a jehož výška je rovna dvojnásobku velikosti podstavné hrany.
- 9) Do pravidelného čtyřbokého jehlanu je vepsán pravidelný čtyřboký hranol tak, že podstava leží v podstavě, zbývající vrcholy leží ve středu bočních hran. V jakém poměru jsou objemy těles?



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



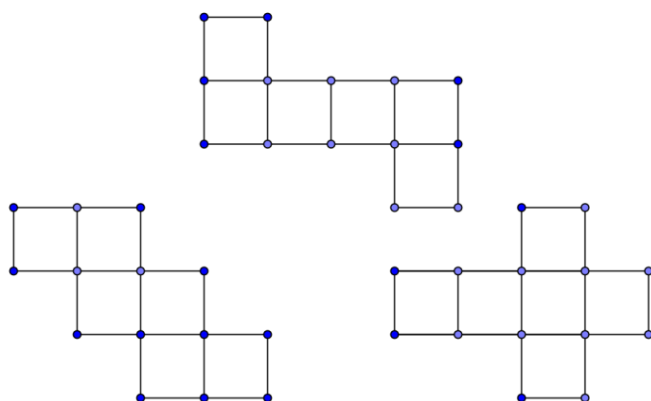
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## Výsledky a řešení

1)



2) a)  $u = \sqrt{3}a$

b)  $u^2 = (a \cdot \sqrt{2})^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = 2a^2 + \frac{1}{4}a^2 = \frac{9}{4}a^2$

$$u = \frac{3}{2}a$$

3)  $S_{\Delta} = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$   $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 7 \cdot \sin 60^\circ = \frac{105\sqrt{3}}{4} \text{ (cm}^2\text{)}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \quad \text{kosinová věta}$$

$$a^2 = 15^2 + 7^2 - 2 \cdot 15 \cdot 7 \cdot \cos 60^\circ = 225 + 49 - 105 = 169$$

$$v = a = 13 \text{ cm}$$

$$V = S_p \cdot v \quad V = \frac{105\sqrt{3}}{4} \cdot 13 = 591,1 (\text{cm}^3)$$

$$S = 2S_p + S_{pl} \quad S = 2 \cdot \frac{105\sqrt{3}}{4} + (15 + 7 + 13) \cdot 13 = 545,9 (\text{cm}^2)$$

$$4) \quad S_{\Delta} = \frac{1}{2}uv \quad \Rightarrow u = \frac{2 \cdot S_{\Delta}}{v} = \frac{180}{15} = 12 (\text{cm})$$

$$u = \sqrt{2}a \Rightarrow a = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2} (\text{cm})$$

$$V = \frac{1}{3}S_p \cdot v \quad V = \frac{1}{3}(6\sqrt{2})^2 \cdot 15 = 288 (\text{cm}^3)$$

$$5) \quad 810 \text{ hl} = 81 \text{ m}^3 \quad a:b:v = 6:4:1 \Rightarrow a = 6x \wedge b = 4x \wedge v = x, x > 0$$

$$V = abv \quad V = 6x \cdot 4x \cdot x$$

$$81 = 24x^3 \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$$

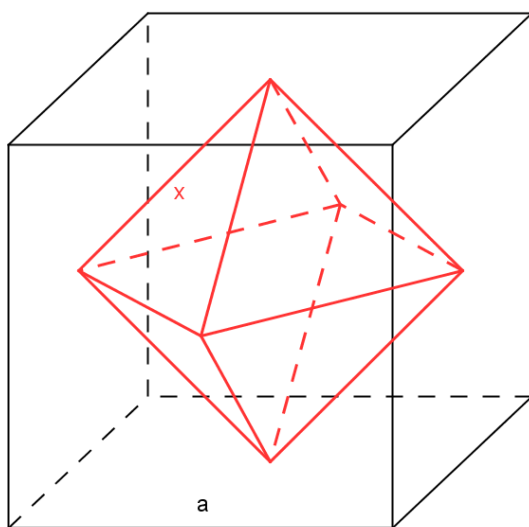
Rozměry bazénu jsou:

$$a = 6x = 9 \text{ m} \wedge b = 4x = 6 \text{ m} \wedge v = x = 1,5 \text{ m}$$

$$S = S_p + S_{pl} = ab + 2(a+b)v \quad S = 9 \cdot 6 + 2 \cdot 15 \cdot 1,5 = 99 (\text{m}^2)$$

## Výsledky a řešení DÚ

6)



$$x = \sqrt{2} \frac{a}{2} \Rightarrow x = 3\sqrt{2} \text{ (dm)}$$

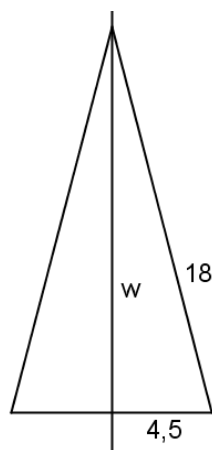
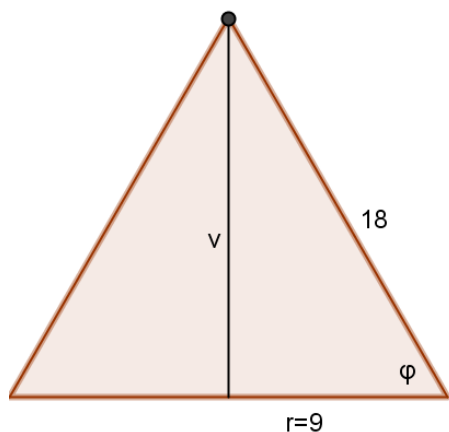
$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} x^2 \cdot \frac{a}{2}$$

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} (3\sqrt{2})^2 \cdot \frac{6}{2} = 36 \text{ (dm}^3\text{)}$$

$$S = 8 \cdot S_{\Delta} = 8 \cdot \left( \frac{1}{2} x^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$S = 8 \cdot \frac{1}{2} (3\sqrt{2})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3} \text{ (dm}^2\text{)}$$

7)



$$a = r = 9 \Rightarrow v = 9\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$$

$$S_p = 6 \cdot \left( \frac{1}{2} a^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \left( 3 \cdot 9^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot 9\sqrt{3} = \frac{2187}{2} = 1093,5 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$w = \frac{9\sqrt{15}}{2} \text{ (cm)}$$

$$S_{pl} = 6 \cdot \left( \frac{1}{2} a w \right)$$

$$S = S_p + S_{pl}$$

$$S = \frac{243}{2} (\sqrt{3} + \sqrt{15}) = 681 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$8) \quad S_P = \frac{1}{2}ef \quad v = 2a = \sqrt{\frac{e^2}{4} + \frac{f^2}{4}} \quad v = \sqrt{89}$$

$$V = S_P \cdot v \quad V = 20 \cdot \sqrt{89} = 188,7 \text{ (cm}^3\text{)}$$

9) Rozměry jehlanu :  $a, v$

Rozměry hranolu :  $\frac{a}{2}, \frac{v}{2}$

$$V_J : V_H = \frac{1}{3}a^2v : \left(\frac{a}{2}\right)^2 \frac{v}{2} = \frac{1}{3} : \frac{1}{8} = 8 : 3$$

**Zadání - samostatná práce a DÚ (pro tisk)**

- 1) **Zakreslete** 3 sítě krychle.
- 2) **Vyjádřete** tělesovou úhlopříčku  $u$  v tělese:
  - a) krychli s hranou  $a$ ,
  - b) v pravidelném čtyřbokém hranolu s rozměry  $a, v = 0,5a$ .
- 3) Trojboký hranol má podstavu trojúhelník o rozměrech  $b = 15\text{ cm}$ ,  $c = 7\text{ cm}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ . Výška tělesa je  $v = a$ .  
**Vypočítejte** objem a povrch hranolu.
- 4) Pravidelný čtyřboký jehlan  $ABCDV$  má výšku  $v = 15\text{ cm}$  a obsah  $\triangle ACV$  je  $S = 90\text{ cm}^2$ .  
**Vypočítejte** objem jehlanu.
- 5) V bazénu je napuštěno  $810\text{ hl}$  vody. Rozměry dna a hloubka bazénu jsou v poměru  $a : b : v = 6 : 4 : 1$ .  
**Určete** rozměry bazénu a **vypočítejte**, kolik  $\text{m}^2$  dlaždic je třeba na obložení stěn a dna.

**DÚ**

- 6) Do krychle o hraně délky  $6\text{ dm}$  je vepsán pravidelný osmistěn tak, že jeho vrcholy leží ve středech stěn krychle.  
**Vypočítejte** objem a povrch osmistěnu.
- 7) Pravidelný šestiboký jehlan má podstavu vepsanou do kruhu s průměrem  $18\text{ cm}$  a odchylku boční hrany od roviny podstavy  $\varphi = 60^\circ$ .  
**Vypočítejte** jeho objem a povrch.
- 8) **Vypočítejte** objem hranolu, jehož podstavou je kosočtverec s úhlopříčkami délky  $5\text{ cm}$  a  $8\text{ cm}$  a jehož výška je rovna dvojnásobku velikosti podstavné hrany.
- 9) Do pravidelného čtyřbokého jehlanu je vepsán pravidelný čtyřboký hranol tak, že podstava leží v podstavě, zbývající vrcholy leží ve středu bočních hran. V jakém poměru jsou objemy těles?

- Použité nákresy jsou vlastní - sestrojené v programu GeoGebra.
- ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia: Stereometrie*, upravené vyd. Praha: Prometheus, 2003. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-164-7.
- KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2003. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-030-6.
- PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2000. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-099-3.

