



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

|                                                      |                                                                                                                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Název školy</b>                                   | Gymnázium Josefa Ressela, Chrudim, Olbrachtova 291                                                                                                                                                                                       |
| <b>Název a číslo OP</b>                              | OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5, <b>Název projektu:</b> Inovace ve vzdělávání na Gymnáziu Chrudim, reg.č.:CZ.1.07/1.5.00/34.0249                                                                                          |
| <b>Název šablony klíčové aktivity</b>                | III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT                                                                                                                                                                                        |
| <b>Tematická oblast (předmět)</b>                    | MATEMATIKA                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Název sady vzdělávacích materiálů</b>             | FUNKCE A JEJICH UŽITÍ                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>Jméno tvůrce vzdělávací sady</b>                  | Mgr. Bc. Zuzana Leksová                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Číslo sady</b>                                    | III/2- 8-3-3                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Anotace</b>                                       | Pracovní list – vlastnosti funkcí – grafy funkcí, definiční obor, obor hodnot, monotónnost, omezenost, extrémy, parita, průsečíky, periodicitu, včetně řešení. Povolené pomůcky: rýsovací potřeby. Předpokládaný čas vypracování 30 min. |
| <b>Ověřeno ve výuce: ročník, třída, dne, předmět</b> | 4. ročník vyššího gymnázia, 8.E, 3.10.2012, Matematika                                                                                                                                                                                   |

## ZADÁNÍ

### Příklad 1.

Přiřad'te k sobě odpovídající grafy funkcí a jejich funkční předpisy.

**a)**  $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 3$

**e)**  $y = \frac{2-x}{x+1}$

**b)**  $y = |1-x| - |x+2| + 1$

**f)**  $y = (x+2)^3 - 1$

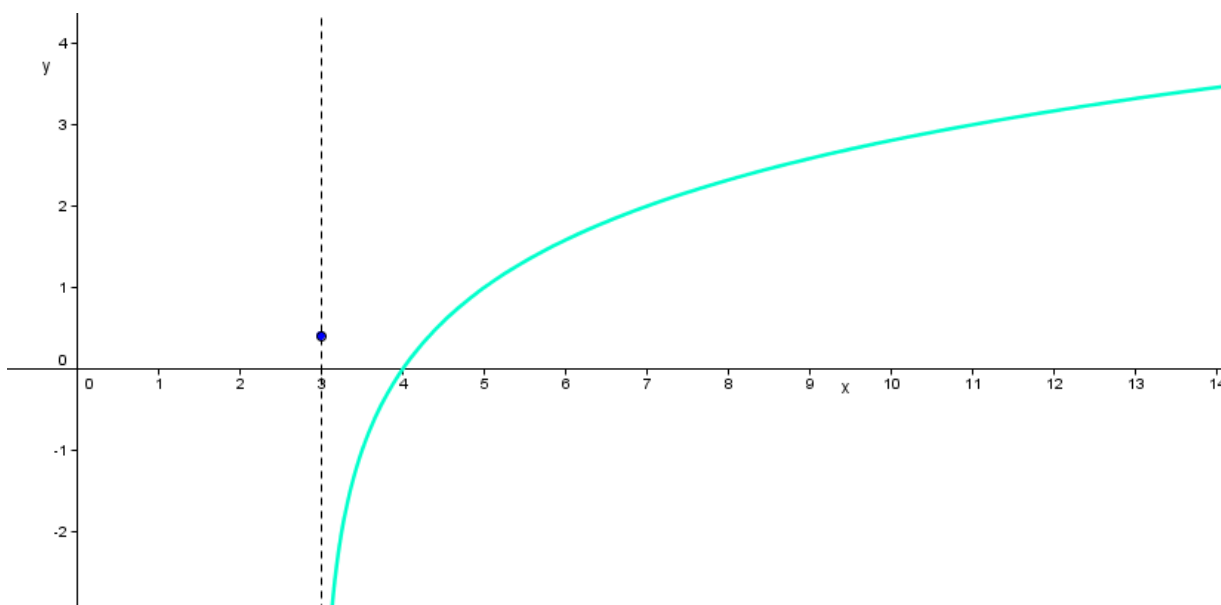
**c)**  $y = |x^{-4} - 3|$

**g)**  $y = |(x-3)^2 - 2|$

**d)**  $y = \log_2(x-3)$

**h)**  $y = 3 \cdot \sin(2x - \pi) - 1$

graf 1



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE

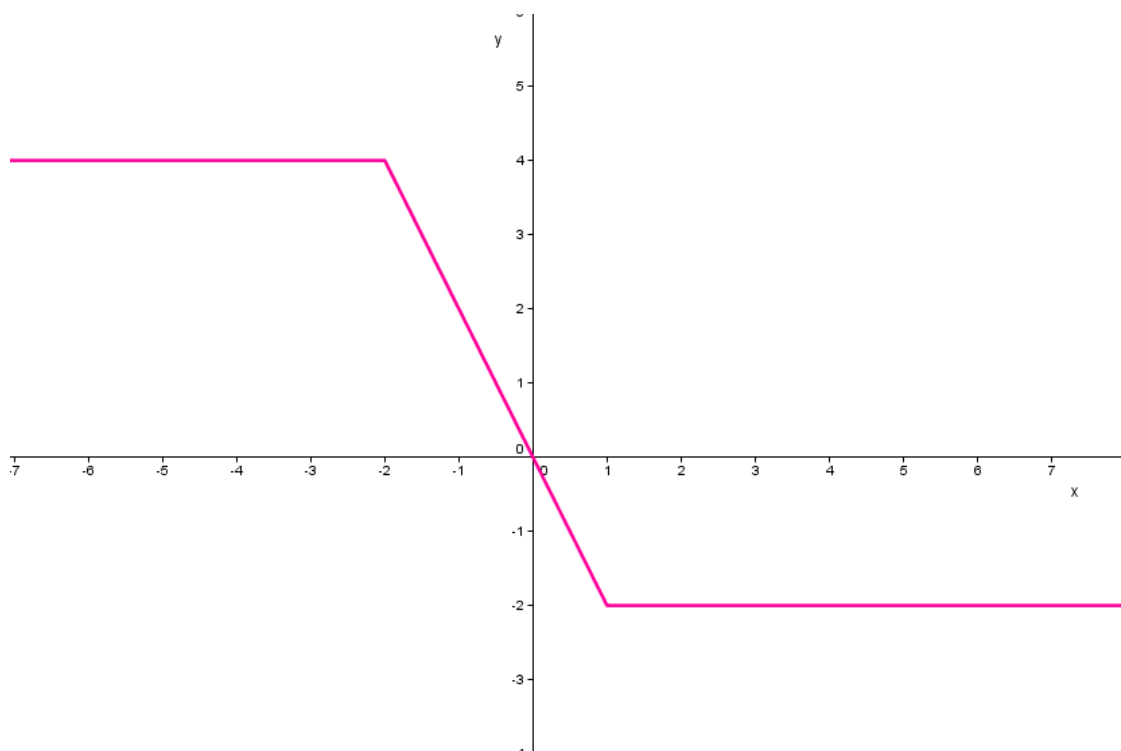


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

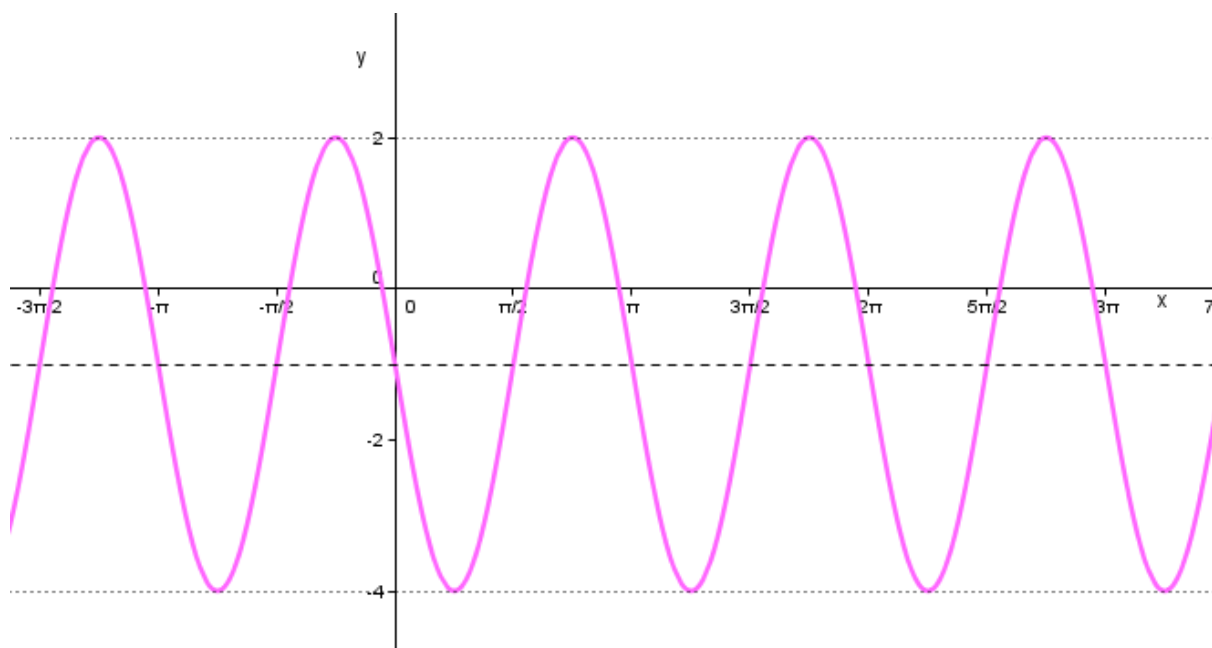


OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

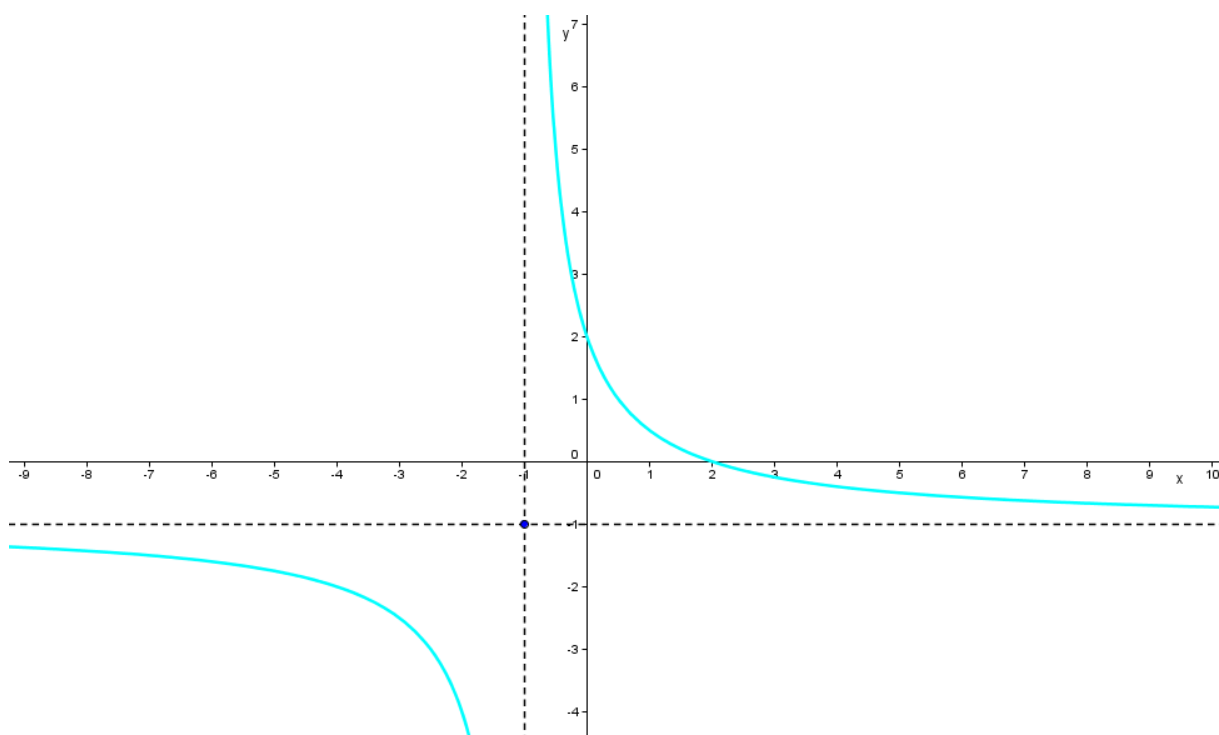
graf 2



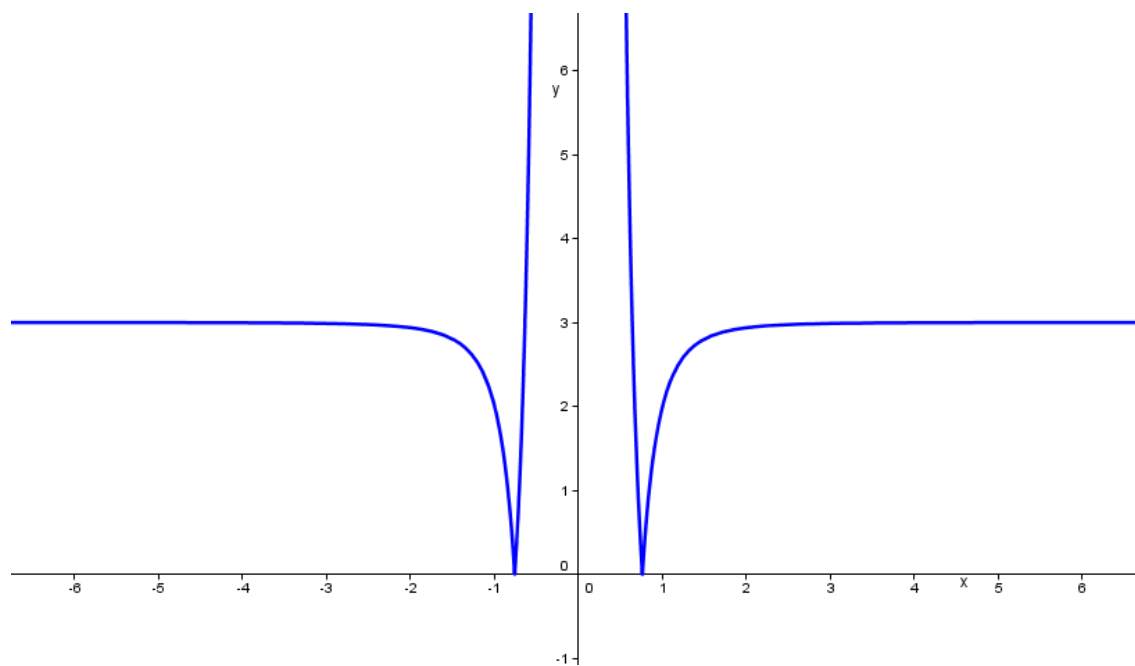
graf 3



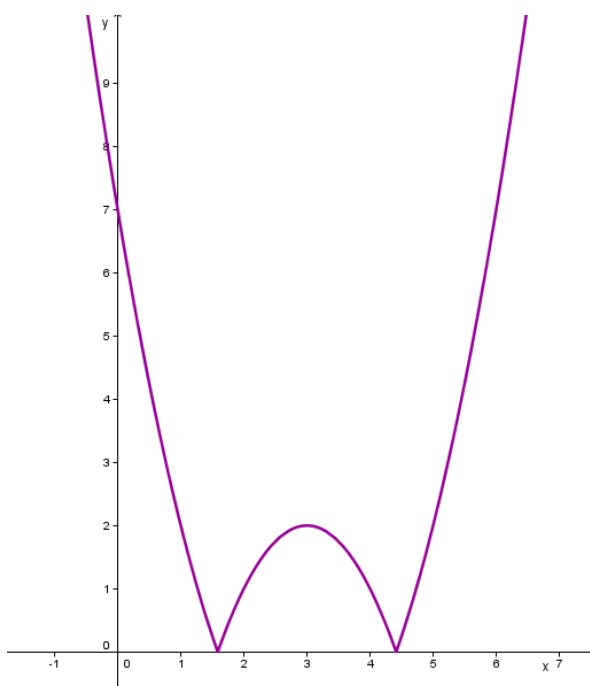
graf 4



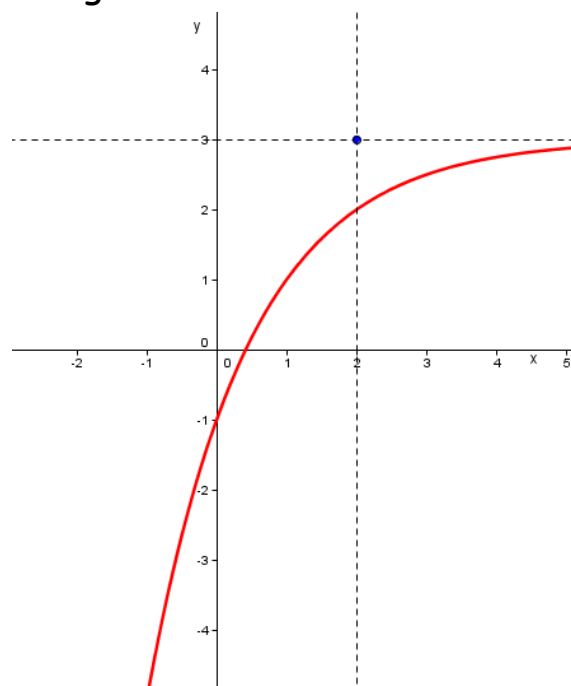
graf 5



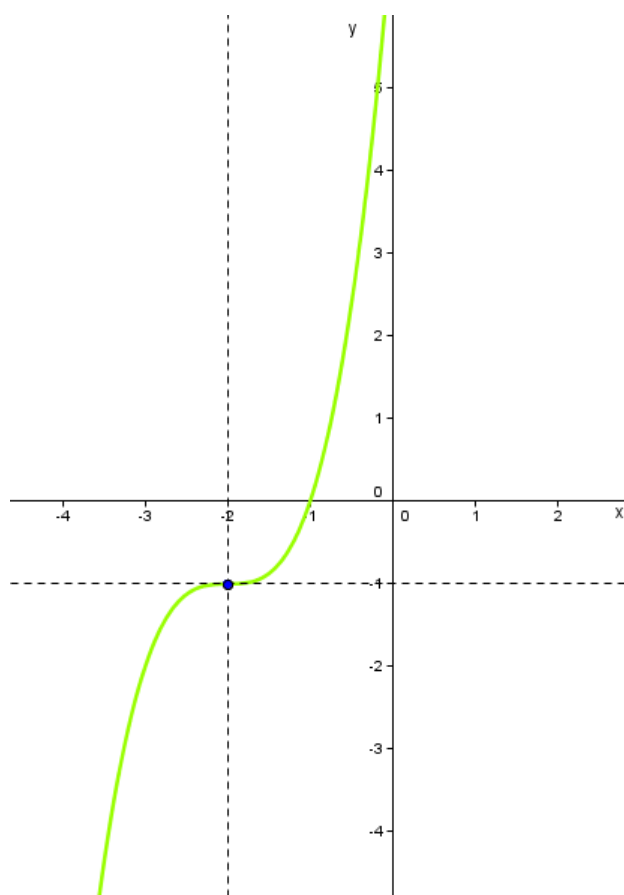
graf 6



graf 7



graf 8



## Příklad 2.

U všech funkcí z příkladu jedna určete jejich vlastnosti.

- definiční obor
- obor hodnot
- monotónnost
- omezenost
- extrémy
- paritu
- průsečíky
- periodicitu

## ŘEŠENÍ

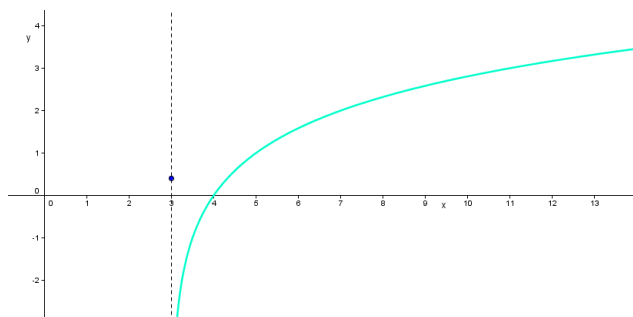
### Příklad 1.

1d, 2b, 3h, 4e, 5c, 6g, 7a, 8f

### Příklad 2.

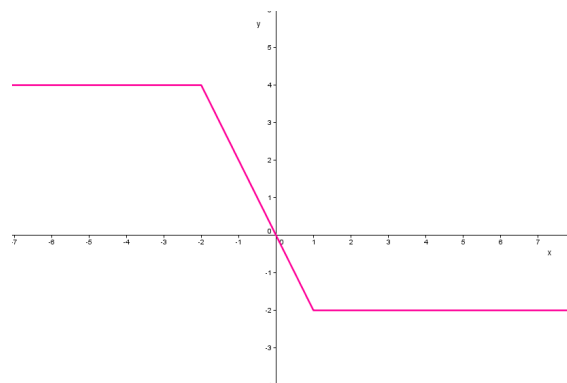
**graf 1**  $y = \log_2(x - 3)$

- $D = (3, \infty)$
- $H = \mathbb{R}$
- rostoucí
- není zdola ani shora omezená
- nemá maximum ani minimum
- není ani sudá ani lichá
- $P_x [4, 0]$
- není periodická



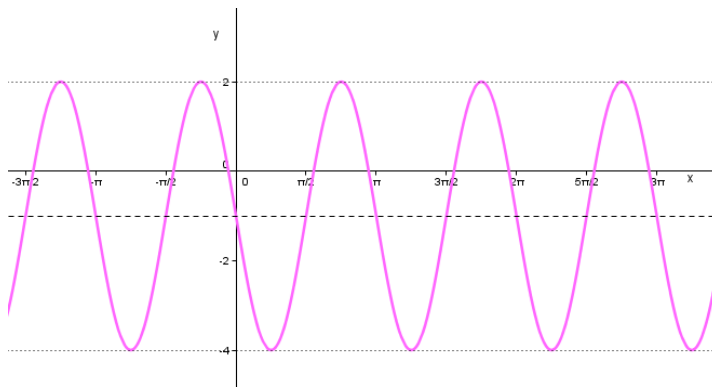
**graf 2**  $y = |1 - x| - |x + 2| + 1$

- $D = \mathbb{R}$
- $H = \langle -2, 4 \rangle$
- konstantní:  $(-\infty, -2)$  a  $\langle 1, \infty)$ ,  
klesající:  $\langle -2, 1 \rangle$
- zdola i shora omezená
- maximum pro  $x \in (-\infty, -2)$  a minimum pro  $x \in \langle 1, \infty)$
- není ani sudá ani lichá
- $P_x = P_y [0, 0]$
- není periodická



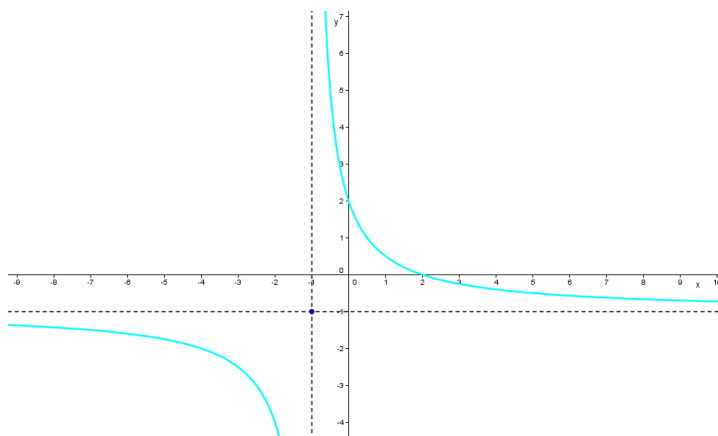
**graf 3**  $y = 3 \cdot \sin(2x - \pi) - 1$

- $D = \mathbb{R}$
- $H = \langle -4, 2 \rangle$
- rostoucí:  $\bigcup_{k \in \mathbb{N}} \left\langle \frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{3}{4}\pi + k\pi \right\rangle$   
klesající:  $\bigcup_{k \in \mathbb{N}} \left\langle \frac{3}{4}\pi + k\pi, \frac{5}{4}\pi + k\pi \right\rangle$
- zdola i shora omezená
- maximum pro  $x = \frac{3}{4}\pi + k\pi$  a minimum pro  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$
- není ani sudá ani lichá
- $p_y [0, -1]$
- periodická s  $p = \pi$



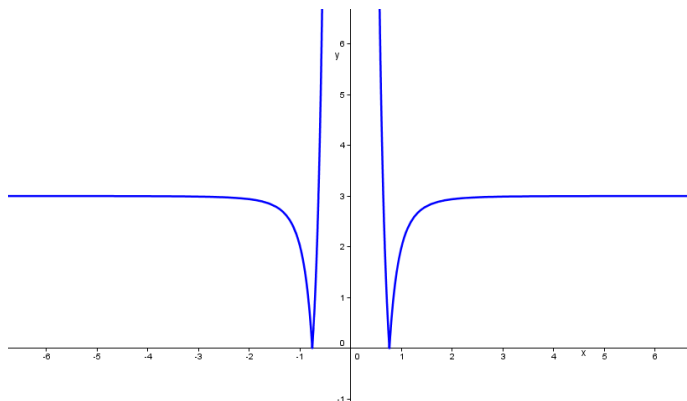
**graf 4**  $y = \frac{2-x}{x+1}$

- $D = \mathbb{R} - \{-1\}$
- $H = \mathbb{R} - \{-1\}$
- klesající:  $(-\infty, -1)$  a  $(-1, \infty)$
- není zdola ani shora omezená
- nemá maximum ani minimum
- není ani sudá ani lichá
- $p_x [2, 0]$ ,  $p_y [0, 2]$
- není periodická



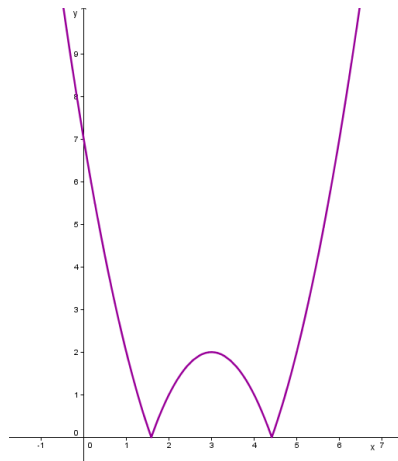
**graf 5**  $y = |x^{-4} - 3|$

- $D = \mathbb{R} - \{0\}$
- $H = \langle 0, \infty \rangle$
- rostoucí:  $\left(-\sqrt[4]{\frac{1}{3}}, 0\right)$  a  $\left(\sqrt[4]{\frac{1}{3}}, \infty\right)$
- klesající:  $\left(-\infty, -\sqrt[4]{\frac{1}{3}}\right)$  a  $\left(0, \sqrt[4]{\frac{1}{3}}\right)$
- zdola omezená
- minimum pro  $-\sqrt[4]{\frac{1}{3}}$  a  $\sqrt[4]{\frac{1}{3}}$
- sudá
- $P_X \left[-\sqrt[4]{\frac{1}{3}}, 0\right], \left[\sqrt[4]{\frac{1}{3}}, 0\right]$
- není periodická



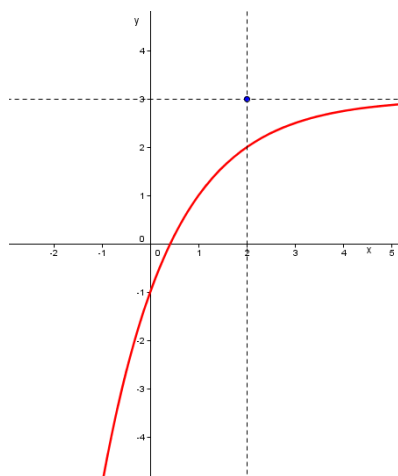
**graf 6**  $y = |(x-3)^2 - 2|$

- $D = \mathbb{R}$
- $H = \langle 0, \infty \rangle$
- rostoucí:  $\langle 3 - \sqrt{2}, 3 \rangle$  a  $\langle 3 + \sqrt{2}, \infty \rangle$
- klesající:  $\langle -\infty, 3 - \sqrt{2} \rangle$  a  $\langle 3, 3 + \sqrt{2} \rangle$
- zdola omezená
- minimum pro  $3 - \sqrt{2}$  a  $3 + \sqrt{2}$
- není ani sudá ani lichá
- $P_X [3 - \sqrt{2}, 0], [3 + \sqrt{2}, 0], P_Y [0, 7]$
- není periodická



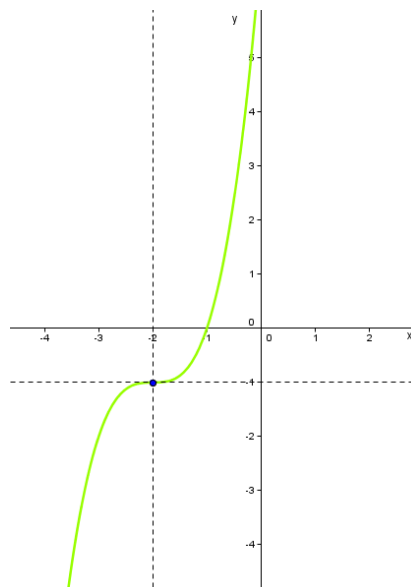
**graf 7**  $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 3$

- $D = \mathbb{R}$
- $H = (-\infty, 3)$
- rostoucí
- shora omezená
- nemá maximum ani minimum
- není ani sudá ani lichá
- $P_x [q, 0], P_y [0, -1]$
- není periodická



**graf 8**  $y = (x + 2)^3 - 1$

- $D = \mathbb{R}$
- $H = \mathbb{R}$
- rostoucí
- není zdola ani shora omezená
- nemá maximum ani minimum
- není ani sudá ani lichá
- $P_x [-1, 0], P_y [0, 7]$
- není periodická



### Použité zdroje:

- Všechny použité obrázky nebo grafy jsou vlastní, vytvořené v programech Malování nebo GeoGebra.
- KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6030-6.
- ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia: posloupnosti a řady*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1995. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4991-7.
- PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost