



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název školy	Gymnázium Josefa Ressela, Chrudim, Olbrachtova 291
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5, Název projektu: Inovace ve vzdělávání na Gymnáziu Chrudim, reg.č.:CZ.1.07/1.5.00/34.0249
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	MATEMATIKA
Název sady vzdělávacích materiálů	FUNKCE A JEJICH UŽITÍ
Jméno tvůrce vzdělávací sady	Mgr. Bc. Zuzana Leksová
Číslo sady	III/2- 8-3-10
Anotace	Pracovní list – posloupnosti – aritmetická posloupnost, včetně řešení. Povolené pomůcky: kalkulačka. Předpokládaný čas vypracování 20 min.
Ověřeno ve výuce: ročník, třída, dne, předmět	4. ročník vyššího gymnázia, 8.E, 17.9.2012, Matematika

ZADÁNÍ

Příklad 1.

Je daná posloupnost: $\left(\frac{6n-8}{2}\right)_{n=1}^{\infty}$.

- a) vypište prvních pět členů posloupnosti
- b) znázorněte graficky (náčrt)
- c) dokažte, že je aritmetická (určete a_1, d)
- d) zapište posloupnost rekurentně
- e) určete a dokažte její vlastnosti
- f) určete a_{20}
- g) sečtěte prvních 10 členů.

Příklad 2.

Vypočítejte součet všech sudých trojčiferných přirozených čísel.

Příklad 3.

Vypočítejte a_1 a d aritmetické posloupnosti, je-li dáno:

$$a_1 + a_4 = 26$$

$$a_2 + a_5 = 30$$

Příklad 4.

Povrch kváдру je 334cm^2 , součet délek všech jeho hran je 96cm . Určete objem kváдру, jestliže délky hran, vycházejících z jednoho vrcholu tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Určete jeho rozměry.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



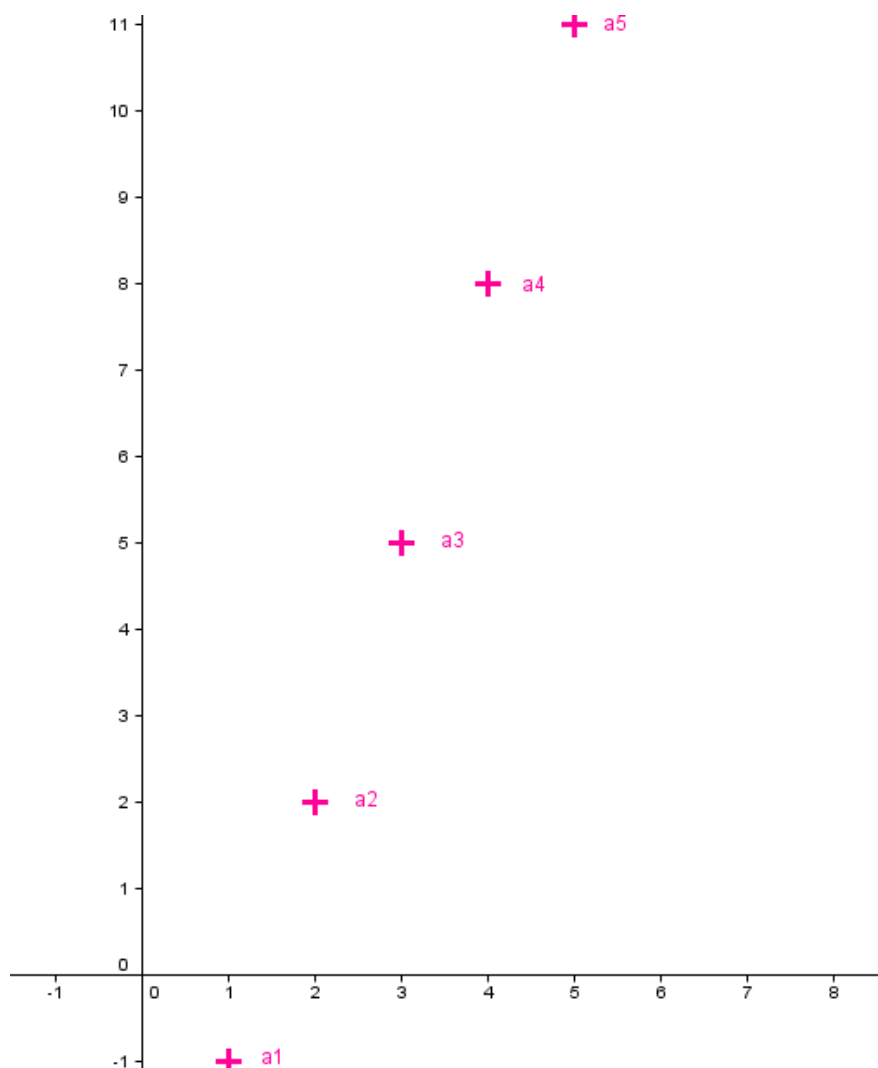
OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

ŘEŠENÍ

Příklad 1.

a) $\{-1, 2, 5, 8, 11, \dots\}$

b)



c) $\forall n \in \mathbb{N} : a_{n+1} - a_n = \frac{6(n+1)-8}{2} - \frac{6n-8}{2} = \frac{6n-2}{2} - \frac{6n-8}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$d = 3, a_1 = -1$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

d) $a_1 = -1, a_{n+1} = a_n + 3$

e) rostoucí, zdola omezená

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad a_n < a_{n+1}$$

$$\frac{6n-8}{2} < \frac{6(n+1)-8}{2}$$

$$6n-8 < 6n-2$$

$$0n < 6$$



$$\forall n \in \mathbb{N}$$

$$-1 \leq a_n$$

$$-1 \leq \frac{6n-8}{2}$$

$$-2 \leq 6n-8$$

$$1 \leq n$$



Protože poslední nerovnost je pravdivá a operace byly ekvivalentní, platí také první nerovnost, omezenost zdola a monotonie je tak dokázána.

f) $a_{20} = a_1 + (20-1) \cdot 3 = -1 + 19 \cdot 3 = 56$

g) $s_{10} = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n) = \frac{10}{2} (-1 + -1 + (10-1) \cdot 3) = 5 \cdot 25 = 125$

Příklad 2.

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n) = \frac{450}{2} (100 + 998) = 247050$$

Příklad 3.

$$a_1 + a_4 = 26$$

$$a_2 + a_5 = 30$$

$$a_1 + a_1 + 3d = 26$$

$$a_1 + d + a_1 + 4d = 30$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

$$2a_1 + 3d = 26$$

$$2a_1 + 5d = 30$$

$$2d = 4$$

$$d = 2$$

$$2a_1 + 3 \cdot 2 = 26$$

$$a_1 = 10$$

$$a_1 = 10, d = 2$$

Příklad 4.

$$4 \cdot (a + b + c) = 96$$

$$2 \cdot (ab + bc + ca) = 334$$

$$a = a_1$$

$$b = a_1 + d$$

$$c = a_1 + 2d$$

$$4 \cdot (a + b + c) = 96$$

$$4 \cdot (3a_1 + 3d) = 96$$

$$a_1 + d = 8, a_1 = 8 - d$$

$$2 \cdot (ab + bc + ca) = 334$$

$$2 \cdot [a_1 \cdot (a_1 + d) + (a_1 + d) \cdot (a_1 + 2d) + (a_1 + 2d) \cdot a_1] = 334$$

$$2 \cdot [(8 - d) \cdot (8 - d + d) + (8 - d + d) \cdot (8 - d + 2d) + (8 - d + 2d) \cdot (8 - d)] = 334$$

$$2 \cdot [(8 - d) \cdot 8 + 8 \cdot (8 + d) + (8 + d) \cdot (8 - d)] = 334$$

$$2 \cdot [64 - 8d + 64 + 8d + 64 - d^2] = 334$$

$$2 \cdot [192 - d^2] = 334$$

$$384 - 2d^2 = 334$$

$$50 = 2d^2$$

$$5 = |d|$$

$$d = 5$$

$$a_1 = 8 - 5 = 3$$

$$a = a_1 = 3$$

$$b = a_1 + d = 8$$

$$c = a_1 + 2d = 13$$

$$d = -5$$

$$a_1 = 8 + 5 = 13$$

$$a = a_1 = 13$$

$$b = a_1 + d = 8$$

$$c = a_1 + 2d = 3$$

$$V = a.b.c = 3.8.13 = 312cm^3$$

Použité zdroje:

- Všechny použité obrázky nebo grafy jsou vlastní, vytvořené v programech Malování nebo GeoGebra.
- KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6030-6.
- ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia: posloupnosti a řady*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1995. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4991-7.
- PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost