



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název školy	Gymnázium Josefa Ressela, Chrudim, Olbrachtova 291
Název a číslo OP	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, CZ. 1.5, Název projektu: Inovace ve vzdělávání na Gymnáziu Chrudim, reg.č.:CZ.1.07/1.5.00/34.0249
Název šablony klíčové aktivity	III/2 Zvyšování kvality výuky prostřednictvím ICT
Tematická oblast (předmět)	MATEMATIKA
Název sady vzdělávacích materiálů	FUNKCE A JEJICH UŽITÍ
Jméno tvůrce vzdělávací sady	Mgr. Bc. Zuzana Leksová
Číslo sady	III/2- 8-3-11
Anotace	Pracovní list – posloupnosti – geometrická posloupnost, včetně řešení. Povolené pomůcky: kalkulačka. Předpokládaný čas vypracování 20 min.
Ověřeno ve výuce: ročník, třída, dne, předmět	4. ročník vyššího gymnázia, 8.E, 24.9.2012, Matematika

ZADÁNÍ

Příklad 1.

V geometrické posloupnosti je dáno: $a_1 + a_5 = 51$, $a_2 + a_6 = 102$.
Určete a_1, q, s_{10} .

Příklad 2.

V geometrické posloupnosti je dáno: $a_1 - a_2 + a_3 = 15$,
 $a_4 - a_5 + a_6 = 120$. Určete a_1, q .

Příklad 3.

Přičteme-li k číslům x, y, z stejné číslo, dostaneme první tři členy geometrické posloupnosti. Vypočítejte toto číslo a určete a_1, q, s_4 ,
jestliže $x = 2, y = 16, z = 58$.

Příklad 4.

Mezi čísla 5 a 640 vložte tolik čísel, aby vznikla geometrické posloupnost, se součtem vložených členů 630. Kolik členů je nutno vložit? Určete počet vložených čísel, q, s_n .

Příklad 5.

Povrch kváдру je 78cm^2 , součet délek jeho hran vycházejících z jednoho vrcholu je 13cm . Určete objem kváдру, jestliže délky hran tvoří tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Určete jeho rozměry.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

ŘEŠENÍ**Příklad 1.**

$$a_1 + a_5 = 51$$

$$a_2 + a_6 = 102$$

$$a_1 + a_1 \cdot q^4 = 51$$

$$a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^5 = 102$$

$$a_1 + a_1 \cdot q^4 = 51$$

$$q \cdot (a_1 + a_1 \cdot q^4) = 102$$

$$\frac{102}{q} = 51$$

$$2 = q$$

$$a_1 + a_1 \cdot q^4 = \frac{102}{q}$$

$$a_1 + a_1 \cdot 16 = \frac{102}{2}$$

$$\underline{a_1 = 3}$$

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$s_{10} = a_1 \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1} = 3 \cdot \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 3 \cdot \frac{1024 - 1}{1} = 3069$$

První člen GP je roven třem, kvocient je roven dvěma a součet prvních deseti členů je roven 3069.

Příklad 2.

$$a_1 - a_2 + a_3 = 15$$

$$a_4 - a_5 + a_6 = 120$$

$$a_1 - a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 = 15$$

$$a_1 \cdot q^3 - a_1 \cdot q^4 + a_1 \cdot q^5 = 120$$

$$a_1 - a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 = 15$$

$$q^3 \cdot (a_1 - a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2) = 120$$

$$\frac{120}{q^3} = 15$$

$$q = 2$$

$$a_1 - a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 = \frac{120}{q^3}$$

$$a_1 - a_1 \cdot 2 + a_1 \cdot 4 = \frac{120}{8}$$

$$a_1 = 5$$

První člen GP je roven pěti, kvocient je roven dvěma.

Příklad 3.

$$a_1 = 2 + c$$

$$a_2 = 16 + c$$

$$a_3 = 58 + c$$

$$a_2 = 16 + c = a_1 \cdot q = (2 + c) \cdot q$$

$$a_3 = 58 + c = a_2 \cdot q = (16 + c) \cdot q$$

$$16 + c = (2 + c) \cdot q$$

$$58 + c = (16 + c) \cdot q$$

$$16 + c = 2q + c \cdot q$$

$$58 + c = 16q + c \cdot q$$

$$42 = 14q$$

$$\underline{3 = q}$$

$$16 + c = 6 + c \cdot 3$$

$$\underline{c = 5}$$

$$a_1 = 7$$

$$a_2 = 21$$

$$a_3 = 63$$

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$s_4 = a_1 \cdot \frac{q^4 - 1}{q - 1} = 7 \cdot \frac{3^4 - 1}{3 - 1} = 7 \cdot \frac{81 - 1}{2} = 280$$

První člen GP je roven sedmi, kvocient je roven třem a součet prvních čtyř členů je roven 280.

Příklad 4.

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$s_{n-1} = a_1 \cdot \frac{q^{n-1} - 1}{q - 1}$$

$$635 = 5 \cdot \frac{q^{n-1} - 1}{q - 1}$$

$$635 = 5 \cdot \frac{128 - 1}{q - 1}$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$640 = 5 \cdot q^{n-1}$$

$$128 = q^{n-1}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

$$635 = \frac{635}{q-1}$$

$$\underline{q = 2}$$

$$128 = q^{n-1}$$

$$128 = 2^{n-1}$$

$$\underline{n = 8}$$

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$s_8 = 5 \cdot \frac{2^8 - 1}{2 - 1} = 5 \cdot 255 = 1275 = 5 + 630 + 640$$

Musíme vložit šest členů (10, 20, 40, 80, 160, 320), kvocient je roven dvěma a součet prvních osmi členů je roven 1275.

Příklad 5.

$$a + b + c = 13$$

$$2 \cdot (ab + bc + ca) = 78$$

$$a = a_1$$

$$b = a_1 \cdot q$$

$$c = a_1 \cdot q^2$$

$$a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 = 13$$

$$2 \cdot (ab + bc + ca) = 78$$

$$ab + bc + ca = 39$$

$$a_1 \cdot a_1 \cdot q + a_1 \cdot q \cdot a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot a_1 \cdot q^2 = 39$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

$$a_1^2 \cdot q + a_1^2 \cdot q^3 + a_1^2 \cdot q^2 = 39$$

$$a_1 \cdot q(a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2) = 39$$

$$a_1 \cdot q(13) = 39$$

$$a_2 = a_1 \cdot q = 3$$

$$a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 = 13$$

$$\frac{3}{q} + 3 + 3q = 13 \dots$$

$$3 + 3q + 3q^2 = 13q$$

$$3q^2 - 10q + 3 = 0$$

$$q_1 = 3 \wedge q_2 = \frac{1}{3}$$

$$q_1 = 3$$

$$a = a_1 = 1$$

$$b = a_1 \cdot q = 3$$

$$c = a_1 \cdot q^2 = 9$$

$$q_2 = \frac{1}{3}$$

$$a = a_1 = 9$$

$$b = a_1 \cdot q = 3$$

$$c = a_1 \cdot q^2 = 1$$

$$V = a \cdot b \cdot c = 1 \cdot 3 \cdot 9 = 27 \text{ cm}^3$$

Rozměry kvádru jsou 1cm, 3cm, 9cm jeho objem 27 cm^3 .



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

Použité zdroje:

- Všechny použité obrázky nebo grafy jsou vlastní, vytvořené v programech Malování nebo GeoGebra.
- KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6030-6.
- ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia: posloupnosti a řady*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1995. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-858-4991-7.
- PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost